

ГЛАВА 24

ВРАЩАЮЩИЕСЯ ЭЛЕМЕНТЫ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Вращающиеся элементы характерны для следующего технологического оборудования: центрифуги и сепараторы, реакторы с мешалками и распылительные сушилки с дисковыми распылителями, барабанные сушилки и барабанные печи, роторные и молотковые дробилки, дезинтеграторы и коллоидные мельницы.

24.1. Валы

Вал любого роторного агрегата является его важнейшей частью, поскольку производительность, точность технологических операций, ресурс агрегата и другие важные показатели зависят прежде всего от динамических перемещений и напряжений в материале вала. К валу непосредственно примыкают многие узлы и детали ротора и статора, надежность и экономичность которых в первую очередь зависят от работоспособности и размеров вала.

Расчету вала предшествует разработка его расчетной схемы, отражающей лишь наиболее важные факторы и исключающей все те несущественные особенности, которые не могут сказаться ни на точности расчета, ни на работоспособности агрегата в целом. Так, материал вала считается сплошной однородной, изотропной средой с идеальной упругостью, а деформации вала — малыми по сравнению с его размерами.

В зависимости от количества установленных на валу дисков, шкивов, барабанов, мешалок, зубчатых колес, муфт и других узлов и деталей разнообразного назначения различают валы с одной или многими сосредоточенными массами. При этом относительно менее массивные элементы полагают лишенными массы. По виду поперечного сечения различают валы постоянного и переменного сечений. В зависимости от места установки подшипников валы подразделяют (рис. 24.1) на однопролетные (с концевой опорой) и консольные. Наиболее часто валы рассматривают как прямые статически определимые стержни, закрепленные в шарирных опорах и под-

вергающиеся изгибу и кручению заданными нагрузками. Центр опорного шарнира для валов на коротких опорах (одиночный подшипник качения, сдвоенный подшипник качения при условии самоустановливаемости всего блока опоры, самоустанавливающийся подшипник скольжения при $l/d = 0,6 - 1,2$ и несамоустанавливающийся короткий подшипник скольжения при $l/d < 0,6$) соответствует на расчетных схемах середине подшипника (рис. 24.2). Для валов с длинными опорами (сдвоенные несамоустанавливающиеся подшипники качения; удлиненные несамоустанавливающиеся подшипники скольжения при $l/d \geq 0,6 - 1,2$) центр опорного шарнира вследствие неравномерности распределения нагрузки по длине шапфы находится, как показано на рис. 24.3. При этом подшипники, воспринимающие от вала одновременно радиальную и осевую нагрузки, считаются шарирно-неподвижными (фиксирующими) опорами вала (рис. 24.4), а подшипники, воспринимающие лишь радиальные нагрузки, — шарирно-подвижными (плавающими) опорами (рис. 24.5). По значению рабочей угловой скорости ω различают валы тихоходные и быстроходные. Важнейшими критериями работоспособности тихоходных валов, расчеты которых подробно освещены в курсе «Детали машин», являются критерии прочности и жесткости. Расчет быстроходных валов предусматривает в качестве важнейшего критерия критерий вибробустойчивости, выполнение которого обычно связано с одновременным удовлетворением условий прочности и жесткости.

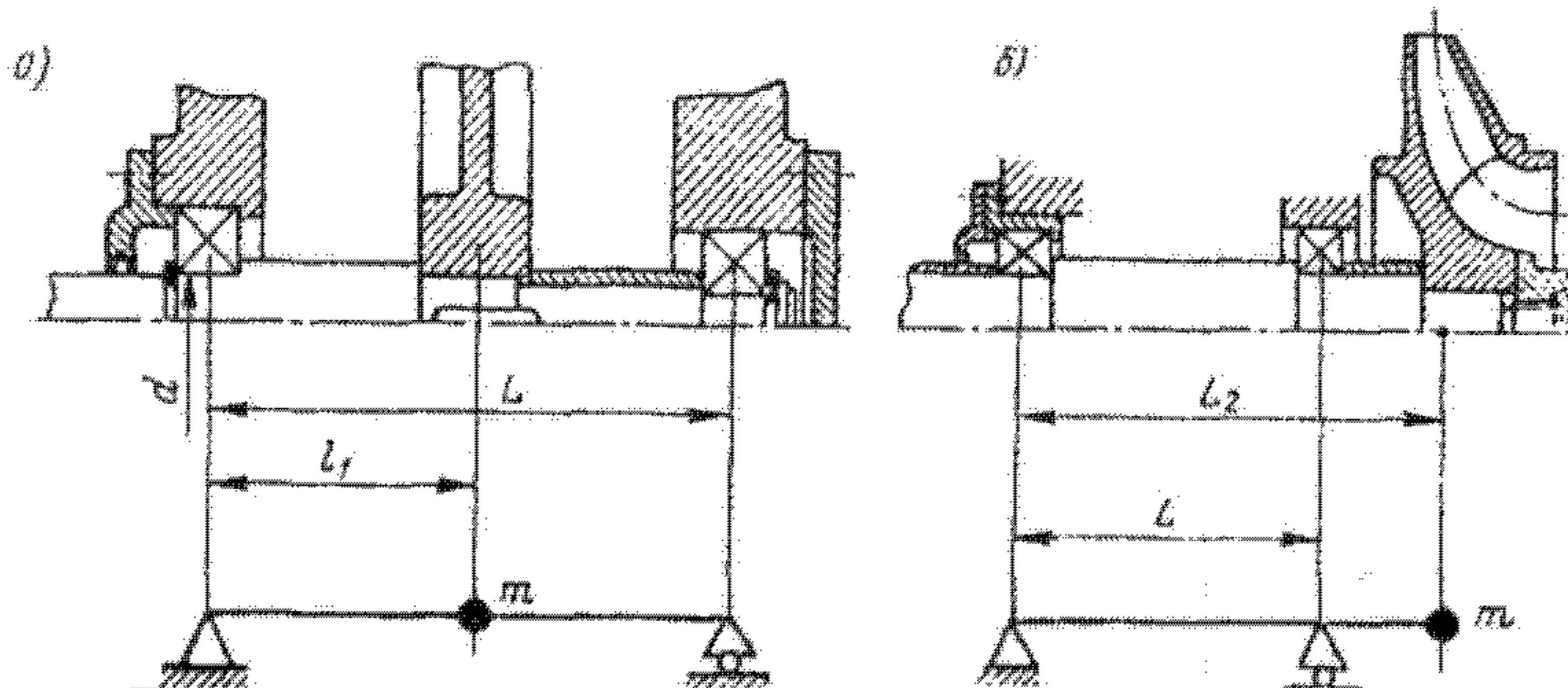


Рис. 24.1. Конструктивные и расчетные схемы однопролетного (а) и консольного (б) быстроходных валов

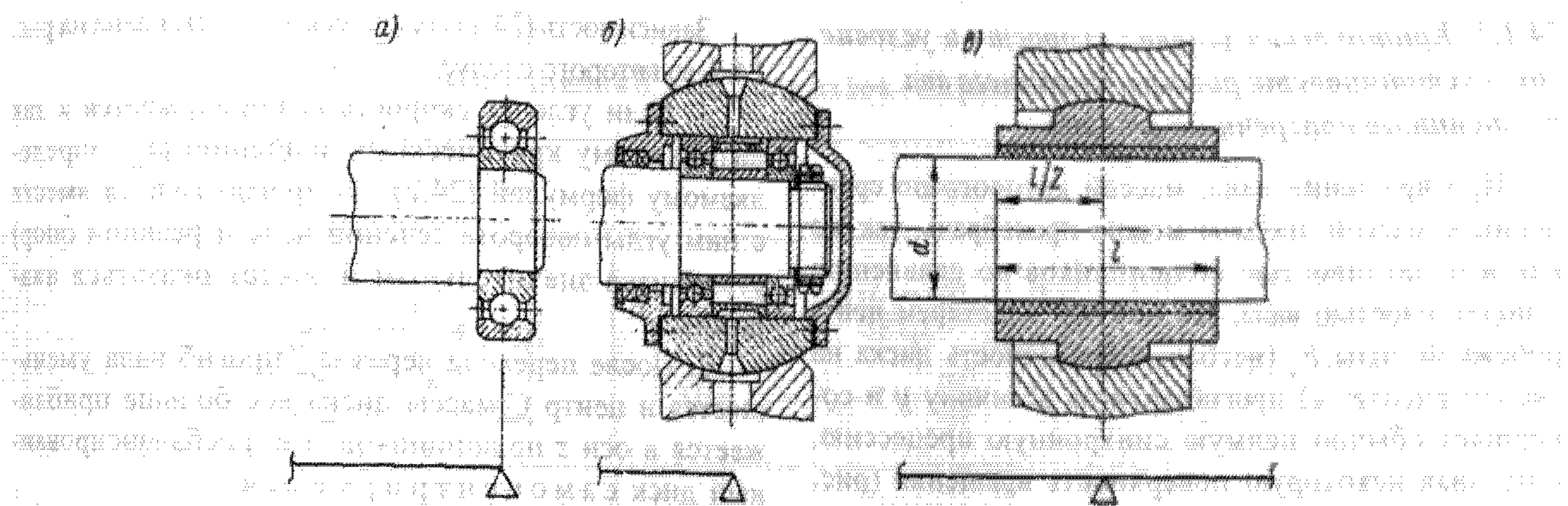


Рис. 24.2. Короткие шарирные опоры валов: а — одиночный подшипник качения; б — сдвоенные подшипники качения, размещенные в сферической самоустанавливающейся втулке; в — самоустанавливающийся подшипник скольжения

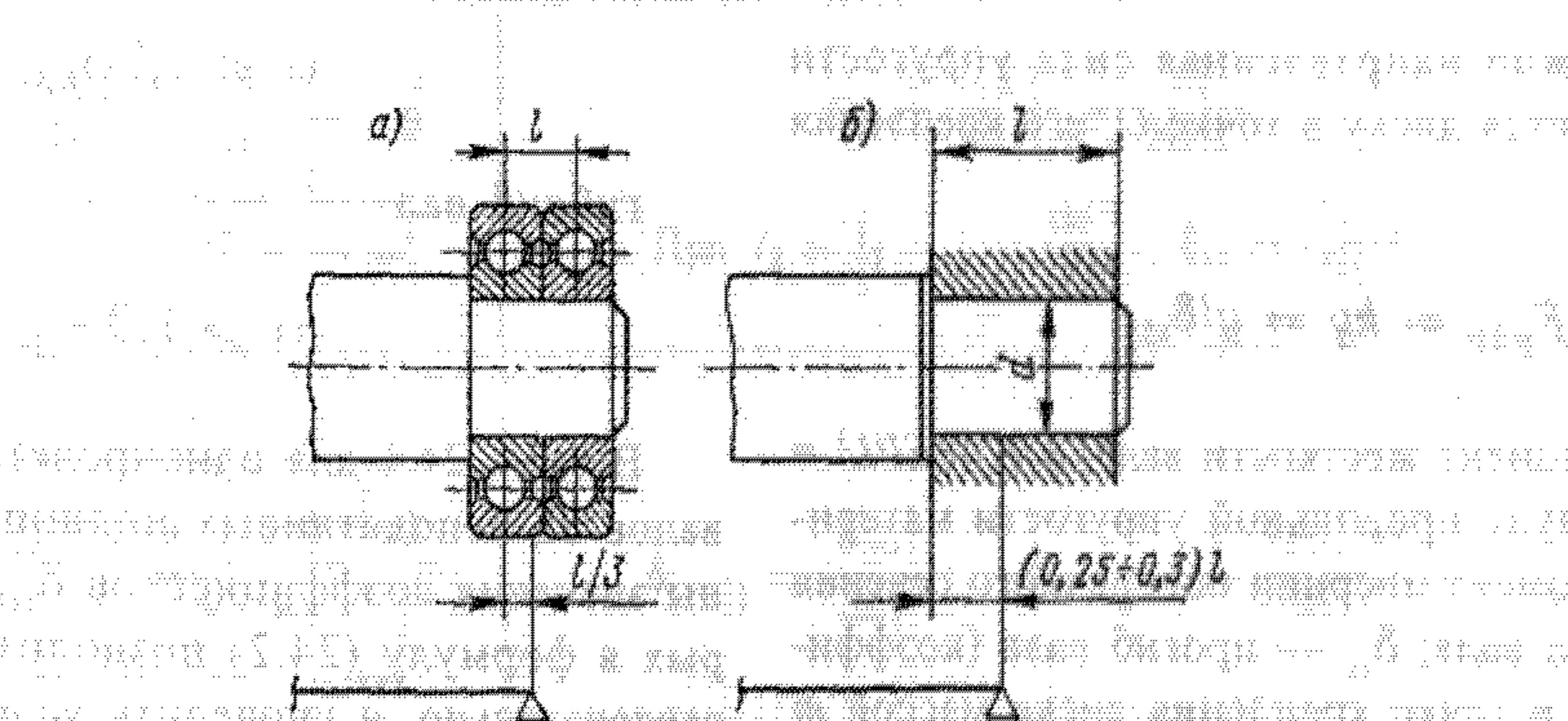


Рис. 24.3. Длинные шарирные опоры валов:
а — сдвоенные подшипники качения; б — несамоустанавливающийся подшипник скольжения

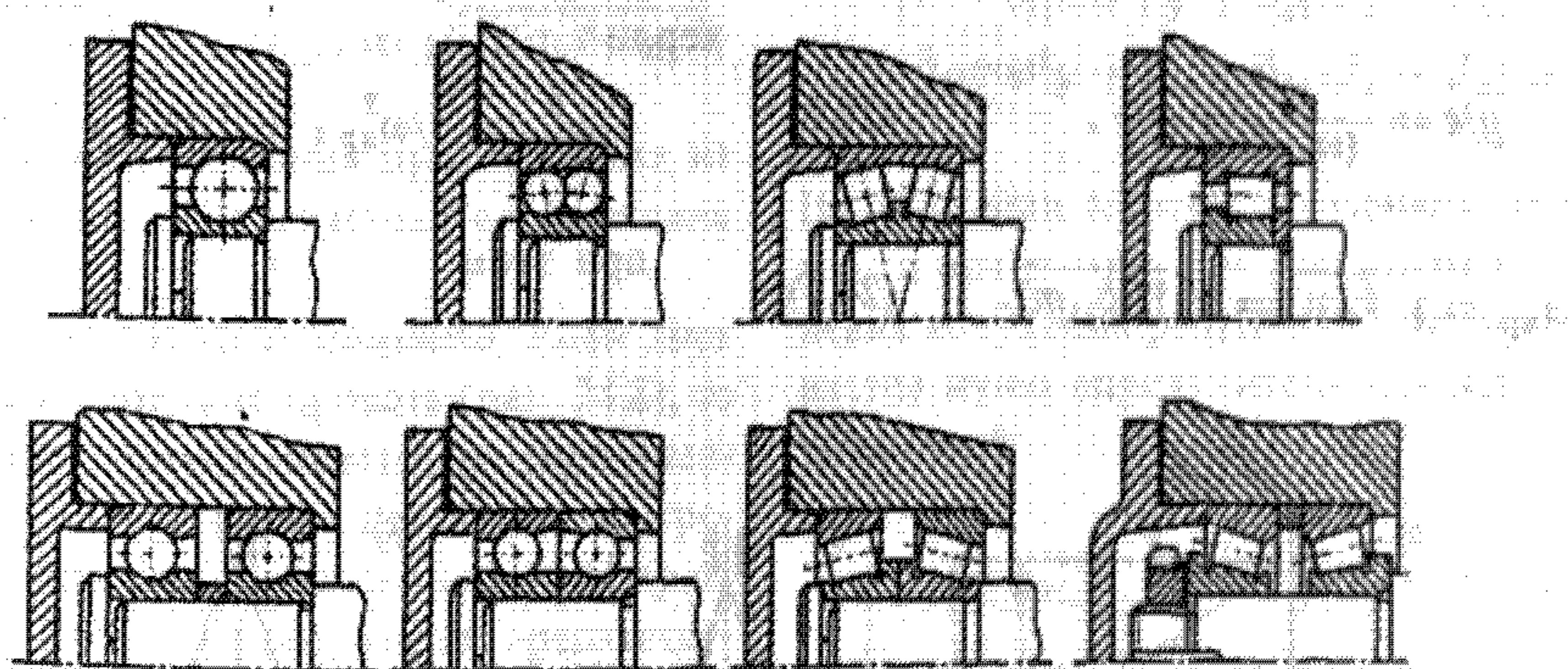


Рис. 24.4. Некоторые конструктивные варианты шарирно-неподвижных опор валов с подшипниками качения

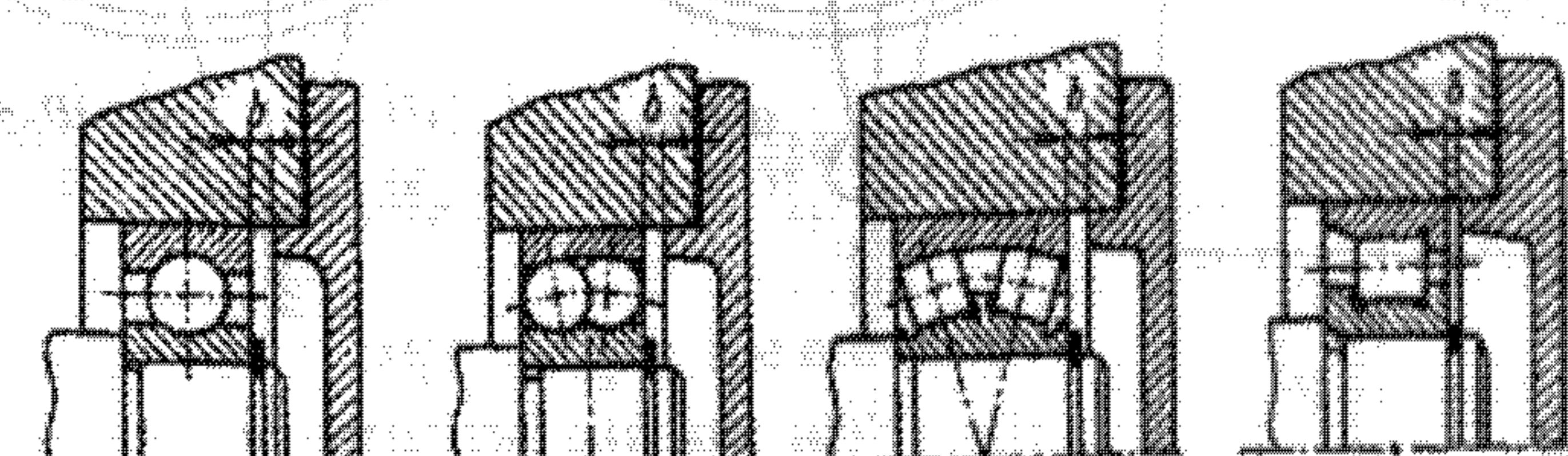


Рис. 24.5. Некоторые конструктивные варианты шарирно-подвижных опор валов с подшипниками качения

24.1.1. Критическая угловая скорость и условие виброустойчивости ротора, имеющего вал постоянного поперечного сечения

При вращении вала, массой которого по сравнению с массой диска m можно пренебречь, так же как и податливостью подшипников по сравнению с податливостью вала, его ось под действием центробежной силы F_C (несбалансированность диска на эксцентрикитет e) прогибается на величину y и совершает обычно прямую синхронную прецессию, описывая некоторую поверхность вращения (рис. 24.6, б, в). Центробежная сила F_C приложена в центре C массы диска

$$F_C = m\omega^2 (y + e),$$

а противоположно направленная сила упругости вала F_{upr} передается диску в точке O_1 , его крепления на валу

$$F_{upr} = ky = y/\delta_{11},$$

где k — коэффициент жесткости вала, $k = 48EI/L^3 = 1/\delta_{11}$; E — модуль продольной упругости материала вала; I — момент инерции поперечного сечения вала; L — длина вала; δ_{11} — прогиб вала (коэффициент влияния) в точке крепления диска массой m от единичной поперечной силы, приложенной в той же точке (табл. 24.1).

Из условия равновесия $F_C = F_{upr}$ получим $m\omega^2 (y + e) = ky$, или

$$\frac{y}{e} = \frac{1}{(\omega_{kp}/\omega)^2 - 1}, \quad (24.1)$$

где

$$\omega_{kp} = \sqrt{k/m} = \sqrt{1/(\delta_{11}m)}. \quad (24.2)$$

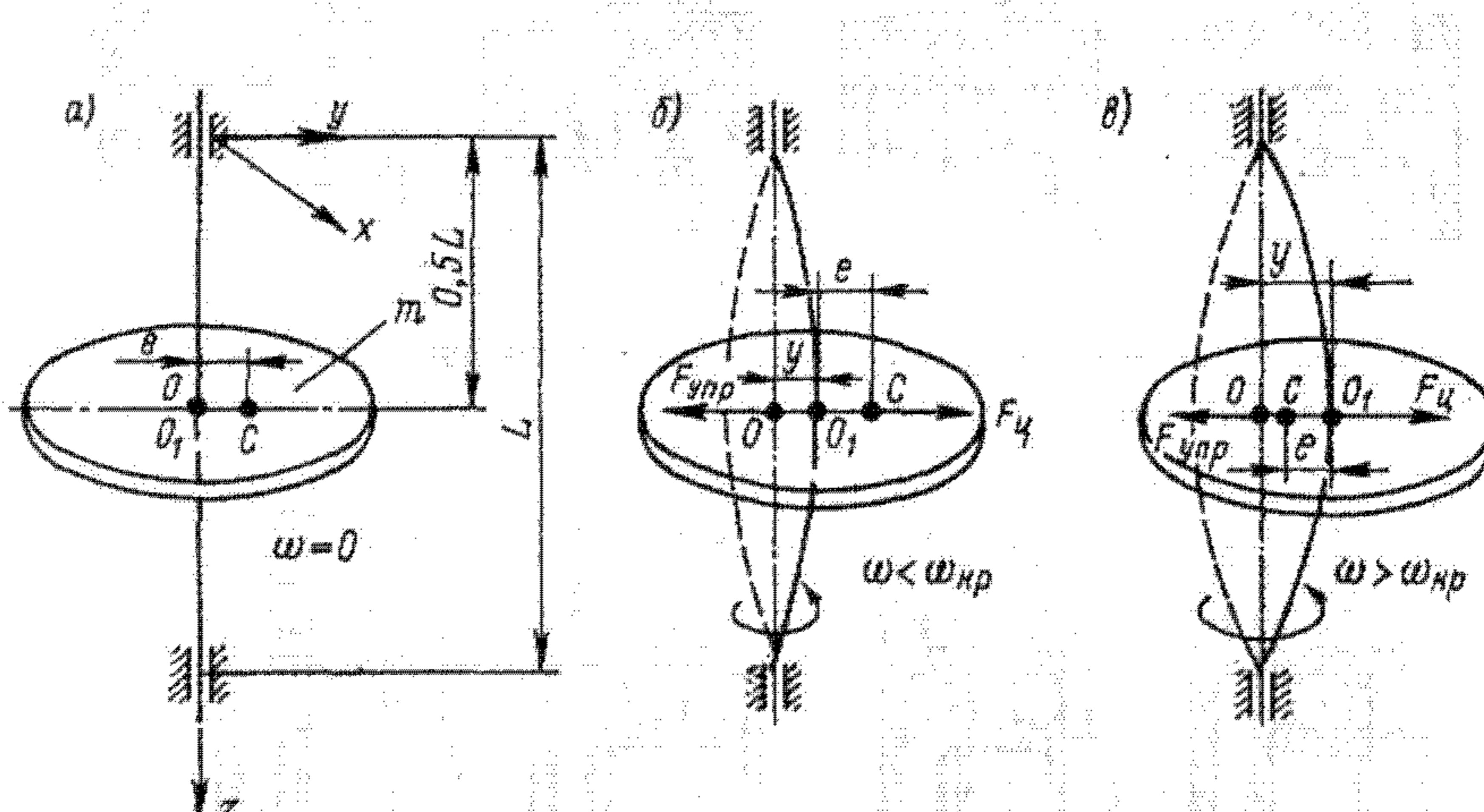


Рис. 24.6. Схемы положения центра инерции (точки C) диска, закрепленного в середине однопролетного вала: а — невращающегося ($\omega = 0$); б и в — вращающегося с угловой скоростью $\omega < \omega_{kp}$ и $\omega > \omega_{kp}$ соответственно

Зависимость (24.1) графически представлена на рис. 24.7, из которого следует:

1. Если угловая скорость ω приближается к так называемому критическому значению ω_{kp} , определяемому формулой (24.2), то прогиб вала (а вместе с ним углы поворота сечений вала и реакции опор) становится значительным и может оказаться аварийным.

2. После перехода через ω_{kp} прогиб вала уменьшается и центр C массы диска все больше приближается в оси z подшипников, т.е. несбалансированный диск самоцентрируется.

3. Прогиб вала y/e близок к допускаемому, если удовлетворяются следующие условия виброустойчивости ротора, имеющего:

жесткий вал

$$\omega < 0,7\omega_{kp}; \quad (24.3)$$

гибкий вал

$$\omega > 1,3\omega_{kp}. \quad (24.4)$$

В табл. 24.1 для однопролетного и консольного валов на неподатливых подшипниках представлены значения коэффициентов δ_{11} , подстановка которых в формулу (24.2) позволит определить ω_{kp} , а следовательно, и проверить условия виброустойчивости (24.3), (24.4).

Если на валу закреплен не один, а два или несколько дисков (см. табл. 24.1), то первая критическая скорость ротора вычисляется по формуле Донкерли

$$1/\omega_{kp}^2 = 1/\omega_{kp1}^2 + 1/\omega_{kp2}^2 + \dots + 1/\omega_{kp\beta}^2, \quad (24.5)$$

при этом

Таблица 24.1

Коэффициенты влияния δ_{ii} и $\delta_{i(i)}$ для валов с сосредоточенными массами

Расчетная схема	Формулы
	$\delta_{11} = \frac{R(L-l_1)^2}{3EI_1L^2} + \frac{R(L-l_2)^2}{3EI_2L^2}$ При $l_1 = l_2 = l = \frac{\pi d^3}{64}$ $\delta_{11} = \frac{R(L-l_1)^2}{3EI_l}$
	$\delta_{11(0)} = \frac{R(L-l_1)^2}{3EL}, \quad \delta_{11(i)} = \frac{R(L-l_i)^2}{3EL}$
	$\delta_{11} = \frac{LL^3}{3EI_1} + \frac{L^3}{3EI_2}$ При $l_1 = l_2 = l = \frac{\pi d^4}{64}$ $\delta_{11} = \frac{L_1 L_2^3}{3EI}$
	$\delta_{11(0)} = \frac{L_2 L_1^2}{3EI}, \quad \delta_{11(i)} = \frac{(L+l_1)^2}{3EI}$

$$\omega_{kp,1} = \sqrt{1/(m_1\delta_{11(0)})}; \dots; \omega_{kp,i} = \sqrt{1/(m_i\delta_{11(i)})},$$

где $\delta_{11(i)}$ — коэффициент влияния при установке на валу одного i -го диска, определяемый по формулам в табл. 24.1.

Влияние гироскопического момента. Если диск посажен на вал не в середине пролета (рис. 24.8), то при изгибе вала диск поворачивается на определенный угол γ ; в этом случае на вал действуют центробежная сила F_u и гироскопический момент M_r (рис. 24.8, а, б). Из рис. 24.8, б видно, что M_r препятствует прогибу вала при его прямой синхронной пресессии. Прогиб y и угол поворота γ сечения вала связаны с нагрузками F_u и M_r следующими зависимостями (рис. 24.8, в, г):

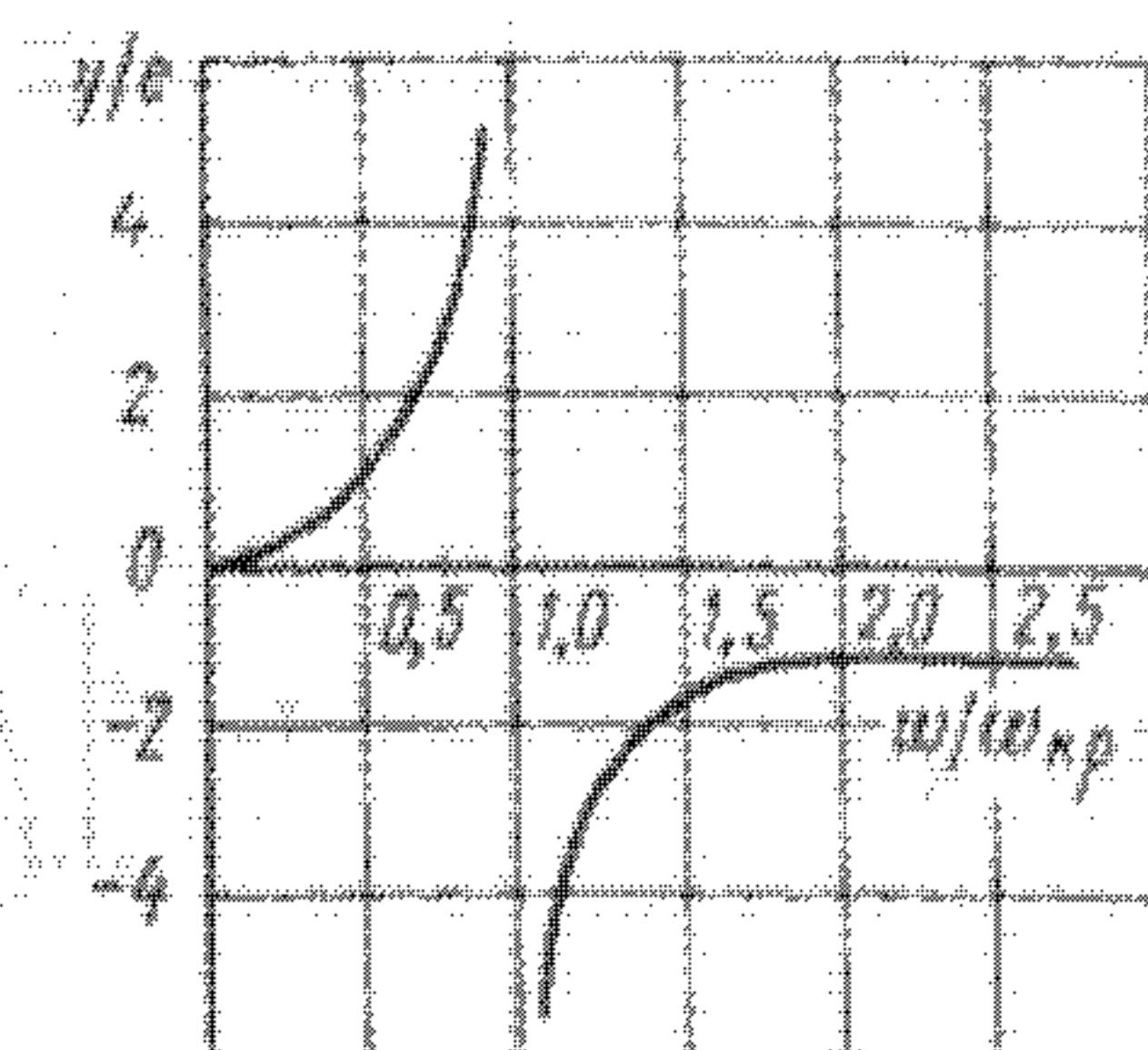
$$\begin{aligned} y &= \delta_{11}F_u - \delta_{12}M_r; \\ \gamma &= \delta_{21}F_u - \delta_{22}M_r. \end{aligned} \quad (24.6)$$

Учитывая, что $F_u = m\omega^2y$; $M_r = \omega^2(J_z - J_x)\gamma$, где осевой J_z и экваториальный J_x моменты инерции диска определяются по формулам, приведенным в табл. 24.2, уравнения (24.6) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} (1 - \delta_{11}m\omega^2)y + \delta_{12}(J_z - J_x)\omega^2\gamma &= 0; \\ -\delta_{12}m\omega^2y + [1 + \delta_{22}(J_z - J_x)\omega^2]\gamma &= 0. \end{aligned} \right\}$$

На основании теоремы взаимности перемещений $\delta_{11} = \delta_{22}$ и при $\omega = \omega_{kp}$ y и γ не равны нулю. Для нахождения искомых решений системы (24.6) приравнивается нулю определитель последних однородных уравнений:

$$\begin{vmatrix} 1 - \delta_{11}m\omega_{kp}^2 & \delta_{12}(J_z - J_x)\omega_{kp}^2 \\ -\delta_{12}m\omega_{kp}^2 & [1 + \delta_{22}(J_z - J_x)\omega_{kp}^2] \end{vmatrix} = 0.$$

Рис. 24.7. Зависимость относительного прогиба вала y/e от отношения угловых скоростей w/w_{kp} .

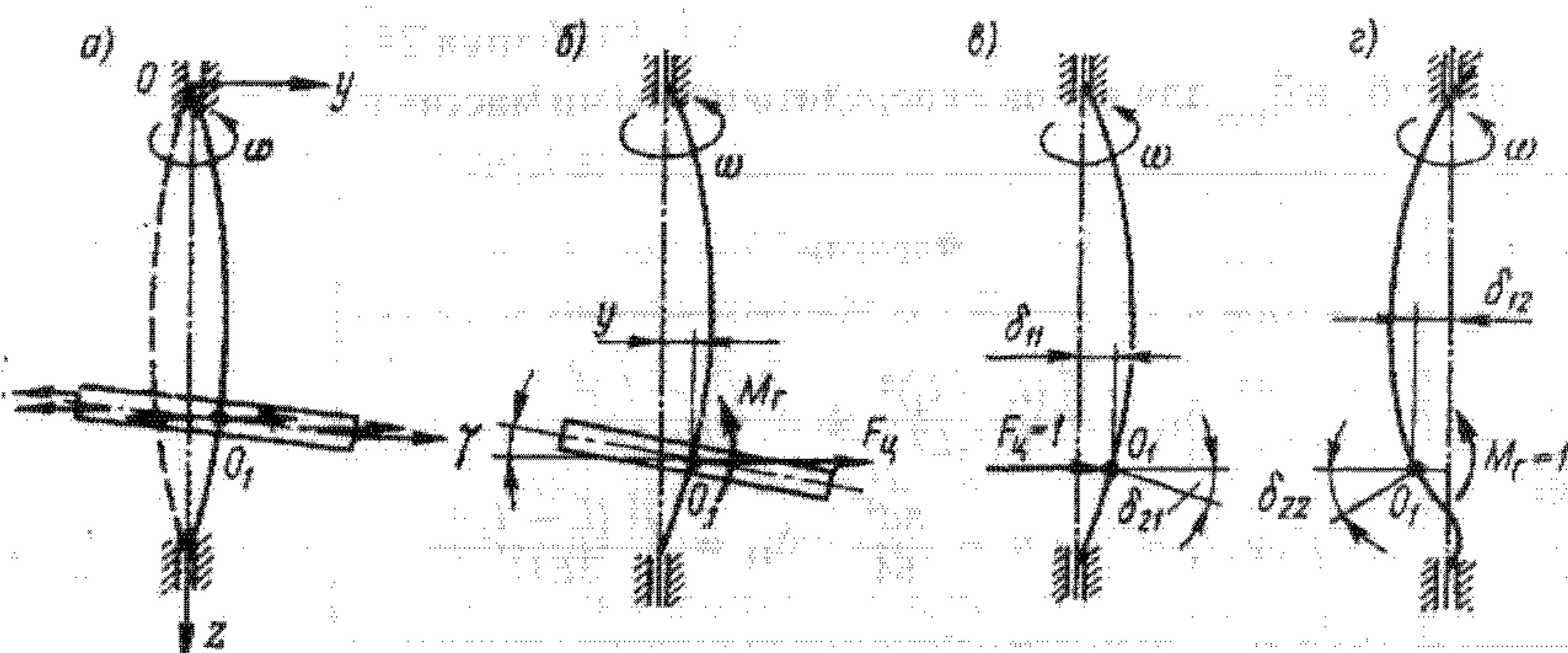


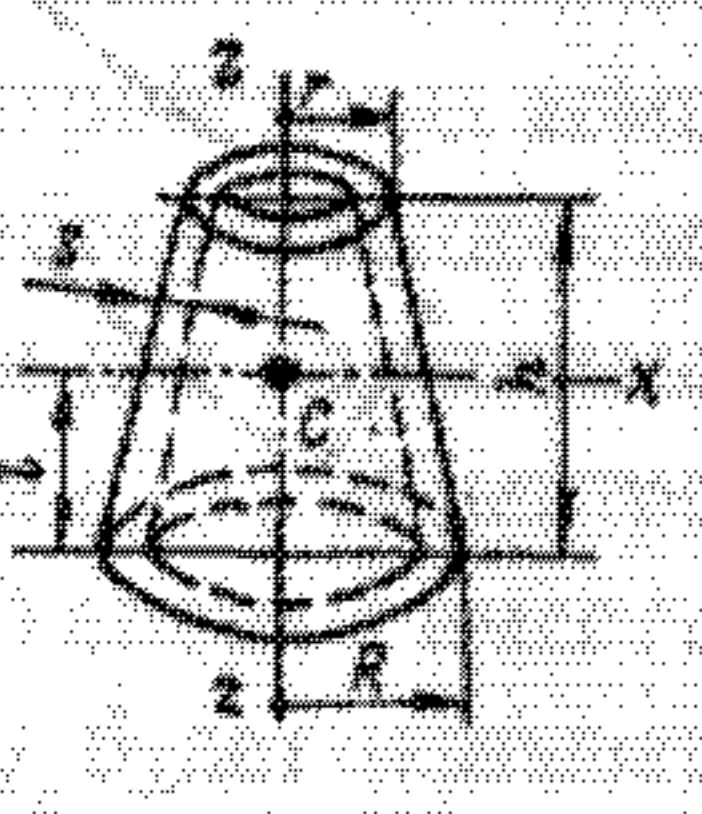
Рис. 24.8. К учету влияния создаваемого диском гироскопического момента на критическую скорость вала: а — схема действия сил на вращающийся диск при изгибе вала; б — схема действия нагрузок на вал со стороны диска при прямой синхронной прецессии; в и г — радиальные и угловые деформации вала от единичных нагрузок

Таблица 24.2

Моменты инерции масс некоторых тел

Наименование тела	Эскиз	Формулы
Цилиндр		$m = \rho \pi R_h^2 h;$ $J_x = m \frac{3R_h^2 + h^2}{12};$ $J_z = m \frac{R_h^2}{2}$
Полый цилиндр		$m = \rho \pi (R_h^2 - R^2) h;$ $J_x = m \frac{3R_h^2 + 3R^2 + h^2}{12},$ $J_z = m \frac{R_h^2 + R^2}{2}$
Тонкостенный цилиндр ($s \rightarrow 0$)		$m = 2\rho \pi R_h s h;$ $J_x = m \frac{6R_h^2 + h^2}{12},$ $J_z = m R_h^2$
Плоский диск радиусом R ($h \rightarrow 0$)		$m = \rho \pi R^2 h,$ $J_x = m \frac{R^2}{4},$ $J_z = m \frac{R^2}{2}$
Усеченный конус		$m = \frac{1}{3} \rho \pi h (R^2 + rR + r^2);$ $J_x = m \left[\frac{3}{20} \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3} + \right. \frac{3h^2}{80} \frac{(R+r)^4 + 4R^2r^2}{R^2 + Rr + r^2} \left. \right];$ $J_z = \frac{3}{10} m \frac{R^6 - r^6}{R^3 - r^3},$ $I = \frac{h}{4} \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2}$

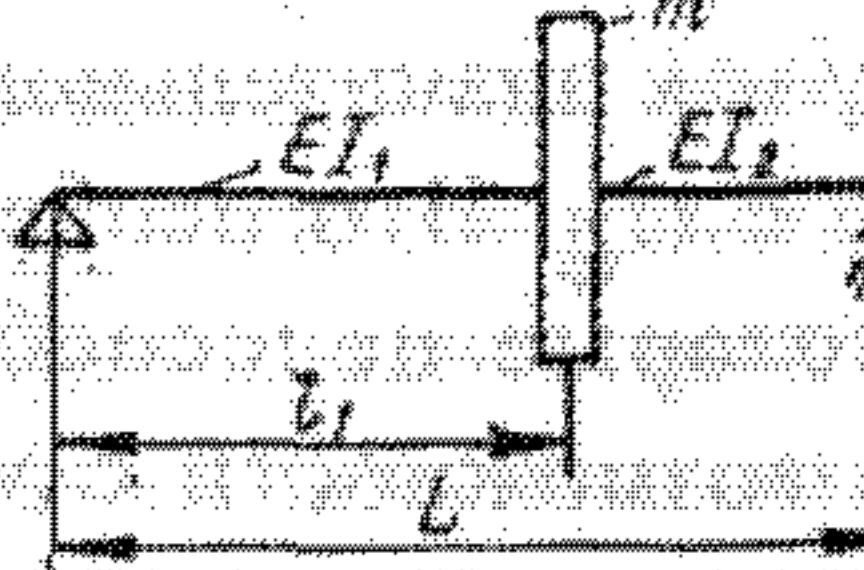
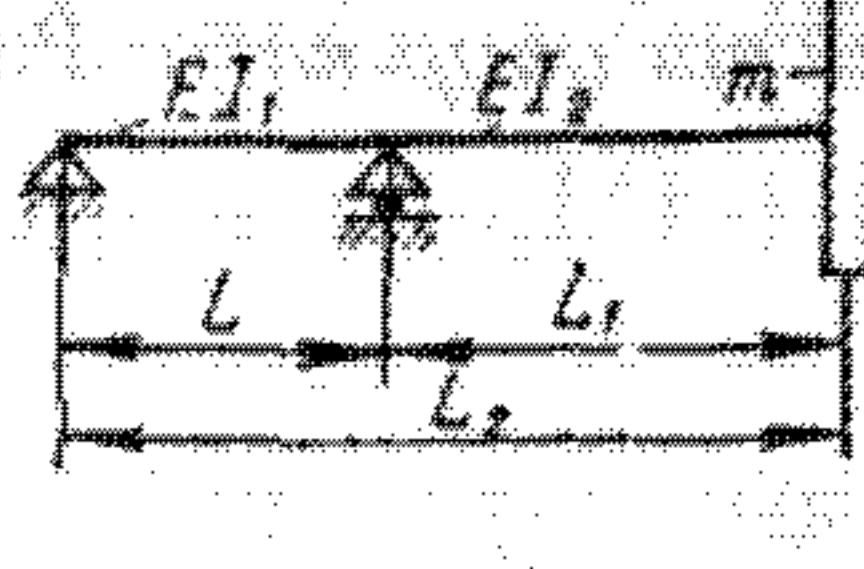
Продолжение табл. 24.2

Наименование тела	Эскиз	Формулы
Тонкостенный усеченный конус ($s \rightarrow 0$)		$m = \rho\pi(R+r)s\sqrt{h^2 + (R-r)^2}$; $J_x = m \left[\frac{9(R^2+r^2)+rh^2}{36} + \frac{h^2Rr}{9(R+r)^2} \right]$; $J_z = m \frac{R^2+r^2}{2}; I = \frac{h}{3} \frac{R+2r}{R+r}$
Любое тело		$J_{xL} = J_x + ma^2$

Примечание. I — расстояние от центра инерции C тела до его нижнего основания.

Таблица 24.3

Коэффициенты влияния для валов с диском

Расчетная схема	Формулы
	$\delta_{11} = \frac{R(L-l_1)^2}{3EI_1L^2} + \frac{R(L-l_1)^2}{3EI_2L^2}$; $\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{l_1(L-l_1)^2}{3EI_1L^2} - \frac{l_1(L-l_1)^2}{3EI_2L^2}$; $\delta_{22} = \frac{R}{3EI_1L^2} + \frac{(L-l_1)}{3EI_2L^2}$ При $l_1 = l_2 = l$ $\delta_{11} = \frac{R(L-l_1)^2}{3EI_1L^2}$; $\delta_{12} = \frac{l_1(L-l_1)(L-2l_1)}{3EI_1L^2}; \quad \delta_{22} = \frac{l_1^2 + (L-l_1)^2}{3EI_1L^2}$
	$\delta_{11} = \frac{LL_1^2}{3EI_1} + \frac{L_1^2}{3EI_2}$; $\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{LL_1}{3EI_1} + \frac{L_1^2}{2EI_2}$; $\delta_{22} = \frac{L}{3EI_1} + \frac{L_1}{EI_2}$ При $l_1 = l_2 = l$ $\delta_{11} = \frac{L_1^2 + 3L_1}{3EI}$; $\delta_{12} = \frac{L_1(2L+3L_1)}{6EI}; \quad \delta_{22} = \frac{L+3L_1}{3EI}$

Раскрывая определитель, получим

$$A\omega_{kp}^4 - B\omega_{kp}^2 - 1 = 0, \quad (24.7)$$

где

$$A = m(\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^2)(J_z - J_x);$$

$$B = [-\delta_{11}m + \delta_{22}(J_z - J_x)].$$

Решение уравнения (24.7) приводит к формуле для расчета угловой критической скорости вала с учетом влияния гироскопического момента диска

$$\omega_{kp}^{trp} = \sqrt{\frac{B + \sqrt{B^2 + 4A}}{2A}} \quad (24.8)$$

Если $M = 0$, т.е. $J = J_x$, то $A = 0$; $B = -\delta_{11}m$ и уравнение (24.7) примет вид $\omega_{kp}^2 - \delta_{11}m - 1 = 0$, откуда получим уже

известное выражение (24.2). В табл. 24.3 для однопролетного и консольного валов приведены коэффициенты влияния δ_{11} , δ_{12} , δ_{21} , δ_{22} ; подставляя их значения в формулу (24.8) и неравенства (24.3), (24.4), можно рассчитать ротор на вибrouстойчивость с учетом влияния гирокопического момента диска.

Влияние вылета центра масс барабана. Барабаны центрифуг, диски распылительных сушилок и дезинтеграторов имеют значительную ширину, в результате чего центр С массы такого узла оказывается смещенным на определенное расстояние l_c от точки O_1 закрепления массы на валу (рис. 24.9). Чтобы учесть влияние вылета l_c (т.е. переноса силы F_a и момента M_a из точки O_1 в точку С) на ω_{kp} ротора, необходимо переписать уравнения (24.6) с введением в них новых коэффициентов влияния:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{1C} &= \delta_{11} + \delta_{12} l_c; \\ \delta_{2C} &= \delta_{21} + \delta_{22} l_c. \end{aligned} \right\} \quad (24.9)$$

Значения δ_{11} , δ_{12} , δ_{21} , δ_{22} приведены ранее в табл. 24.3. Тогда уравнения (24.6) запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} y &= \delta_{1C} m \omega^2 y_C - \delta_{12} (J_z - J_x) \omega^2 \gamma; \\ \gamma &= \delta_{2C} m \omega^2 y_C - \delta_{21} (J_z - J_x) \omega^2 y. \end{aligned} \right\} \quad (24.10)$$

Учитывая, что $y_C = y + \gamma l_c$, а также приравнивая нулю и раскрывая определитель системы однородных уравнений, получим, как и ранее,

$$A_C \omega_{kp}^4 - B_C \omega_{kp}^2 - 1 = 0, \quad (24.11)$$

где

$$\begin{aligned} A_C &= m (J_z - J_x) (\delta_{1C} \delta_{22} - \delta_{2C} \delta_{12}); \\ B_C &= \delta_{22} (J_z - J_x) - m (\delta_{1C} + \delta_{2C} l_c). \end{aligned}$$

Решая уравнение (24.11), найдем критическую скорость

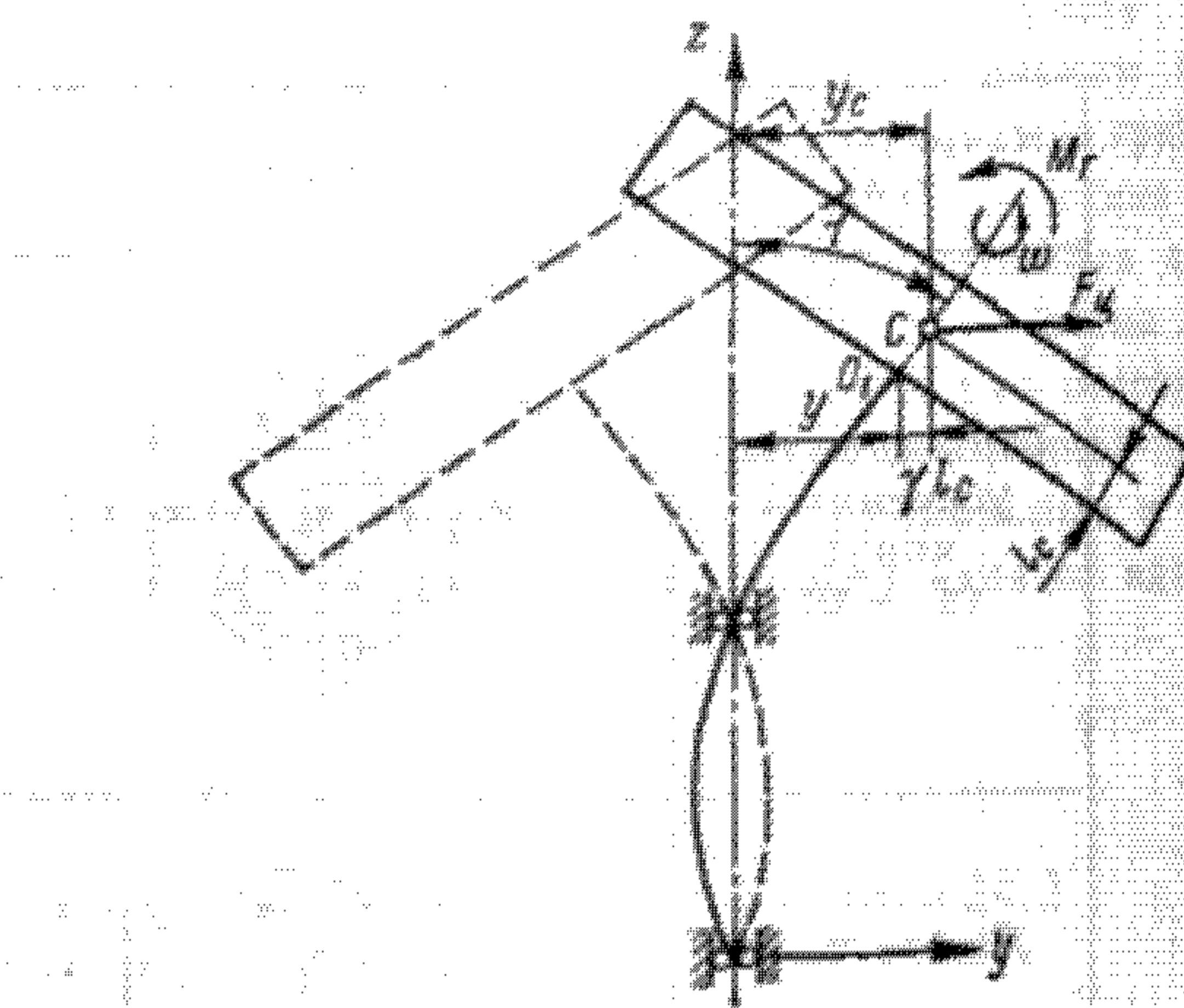


Рис. 24.9. К учету влияния вылета l_c центра масс диска на критическую скорость ω_{kp} консольного вала

ротора с учетом влияния вылета центра С массы барабана

$$\omega_{kp}^C = \sqrt{\frac{B_C + \sqrt{B_C^2 + 4A_C}}{2A_C}}. \quad (24.12)$$

Таким образом, увеличение вылета l_c ведет к увеличению y_C и γ и к значительному уменьшению ω_{kp}^C по сравнению с ω_{kp} . Это особенно опасно для жестких валов, которые целесообразно поэтому проектировать по возможности с меньшим значением l_c за счет придания диску барабана сложной вогнутой формы. И, наоборот, если вал гибкий, то уменьшение ω_{kp}^C за счет l_c способствует лучшему самоцентрированию барабана. Заметим, что при $l_c = 0$ $\delta_{1C} = \delta_{11}$, $\delta_{2C} = \delta_{22}$ и формулы для A_C , B_C переходят в формулы для параметров A и B вала с тонким диском.

Влияние упругости опор вала. Ранее предполагали

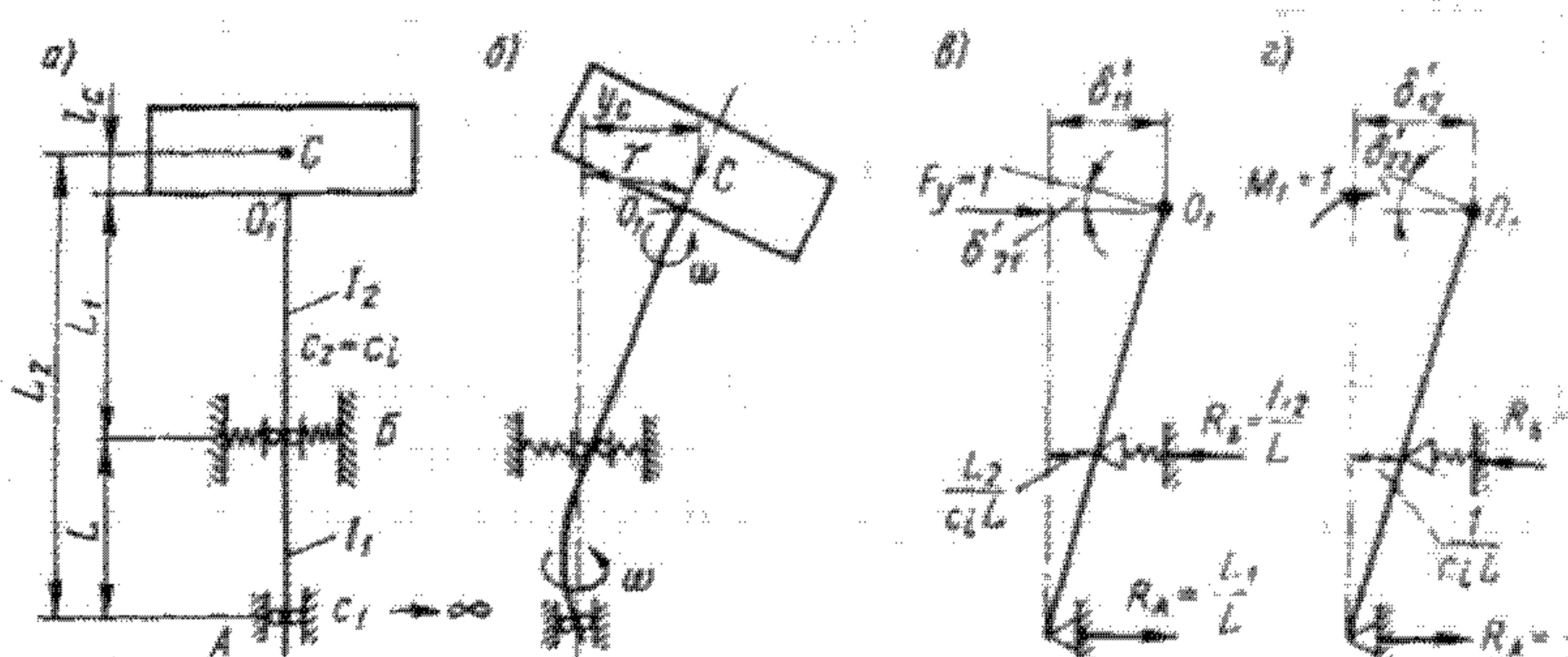


Рис. 24.10. К учету влияния податливости опор на критическую скорость консольного вала: а — покоящийся вал; б — вращающийся вал в режиме прямой синхронной прецессии; в, г — радиальные и угловые деформации вала от единичных нагрузок

лось, что подшипниковые узлы вала являются абсолютно жесткими. В действительности же за счет деформации корпуса и подшипников опоры вала обладают некоторой упругостью, характеризующейся коэффициентом жесткости c_i . Для лучшего самоцентрирования роторы центрифуг, сепараторов, центробежных компрессоров и другого быстроходного оборудования специально устанавливают на одну или две податливые опоры с коэффициентами жесткости c_1, c_2 . В центробежных сепараторах (рис. 24.10, а, б) опора А имеет $c_1 \rightarrow \infty$, а опора Б — $c_2 = c$. На прогиб y_c будет оказывать влияние как упругость вала, так и упругость опоры. Влияние упругости вала и вылета l_c уже оценено ранее, рассмотрим влияние на общие перемещения вала упругости опоры при недеформируемом вале. Осадка податливой опоры при известных реакциях R_A и R_B составляет (рис. 24.10, в) от единичной силы $L_2/(c_i L)$ и от единичного (рис. 24.10, г) момента $I/(c_i L)$, легко найти из подобия треугольников соответствующие коэффициенты влияния $\delta'_{11}, \delta'_{12}$, находим из соотношений:

$$\frac{\delta'_{11}}{L_2/(c_i L)} = L_2/L; \quad \delta'_{11} = L_2^2/(c_i L^2);$$

$$\frac{\delta'_{12}}{I/(c_i L)} = L_2/L; \quad \delta'_{12} = L_2/(c_i L^2).$$

Аналогично получены и другие коэффициенты влияния, указанные в табл. 24.4. К выражениям для перемещений вала, вызванным наличием податливой опоры, добавим известные из табл. 24.3 выражения для упругих прогибов вала. Общие коэффициенты влияния вала с податливой опорой:

$$\delta_{11}^n = \delta'_{11} + \delta_{11} = L_2^2/(c_i L^2) + L_2 L_1/(3EI);$$

$$\delta_{12}^n = \delta'_{12} + \delta_{12} = L_2/(c_i L^2) + L_1(2L + 3L_1)/(6EI);$$

$$\delta_{21}^n = \delta'_{21} + \delta_{21} = \delta_{12}^n;$$

$$\delta_{22}^n = \delta'_{22} + \delta_{22} = 1/(c_i L^2) + (L + 3L_1)/(3EI).$$

Формулы (24.9) в применении к ротору с податливой опорой (см. рис. 24.10, а, б) примут вид:

$$\delta_{1C}^n = \delta_{11}^n + \delta_{12}^n l_C; \quad \delta_{2C}^n = \delta_{21}^n + \delta_{22}^n l_C.$$

Тогда зависимости (24.6) запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} y &= \delta_{1C}^n \omega^2 y_C - \delta_{12}^n (J_z - J_x) \omega^2 \gamma; \\ \gamma &= \delta_{2C}^n \omega^2 y_C - \delta_{22}^n (J_z - J_x) \omega^2 \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (24.13)$$

Учитывая, как и ранее, что $y_C = y + \gamma l_C$ получим уравнение частот в виде

$$A_n \omega_{kp}^4 - B_n \omega_{kp}^2 - 1 = 0, \quad (24.14)$$

где

$$A_n = m(J_z - J_x)(\delta_{1C}^n \delta_{22}^n - \delta_{2C}^n \delta_{12}^n);$$

$$B_n = \delta_{22}^n (J_z - J_x) - m(\delta_{1C}^n + \delta_{2C}^n l_C).$$

Решая уравнение (24.14), получим следующую формулу для критической скорости с учетом влияния податливости опор вала:

$$\omega_{kp}^n = \sqrt{\frac{B_n + \sqrt{B_n^2 + 4A_n}}{2A_n}}. \quad (24.15)$$

В частном случае, когда $l_C = 0; J_z = J_x = 0$, получим:

$$A_n = 0; \quad B_n = -\delta_{11}^n m; \quad \omega_{kp}^n \delta_{11}^n m - 1 = 0;$$

$$\delta_{11}^n = \delta_{11} + \delta'_{11};$$

$$\omega_{kp}^n = \sqrt{\frac{1}{\delta_{11}^n m}} = \sqrt{\frac{1}{(\delta_{11} + \delta'_{11}) m}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{m \delta_{11} (1 + \delta'_{11}/\delta_{11})}}.$$

Последняя формула наглядно демонстрирует влияние жесткости опоры вала на значение критической скорости ротора. Так, при $c_1 \rightarrow \infty$, т.е. при жестком подшипнике, $\delta'_{11} = 0$ и $\omega_{kp}^n = \sqrt{1/(\delta_{11} m)}$, что совпадает с формулой (24.2) для ротора, имеющего абсолютно жесткие подшипники.

В табл. 24.4 приведены коэффициенты влияния и для других вариантов конструктивного оформления ротора на одной или двух податливых опорах. Формула (24.15) справедлива и для этих вариантов размещения податливых опор вала.

Важно отметить, что при наличии податливых опор ротора собственная упругость вала часто мало влияет на его критическую скорость. Положив $I_1 = I_2 = I \rightarrow \infty$ и $\delta_{11} = \delta_{22} = \delta_{12} = 0$, получим $A_n = 0$, тогда частотное уравнение (24.14) принимает вид:

$$-B_n \omega_{kp}^2 - 1 = 0. \quad (24.16)$$

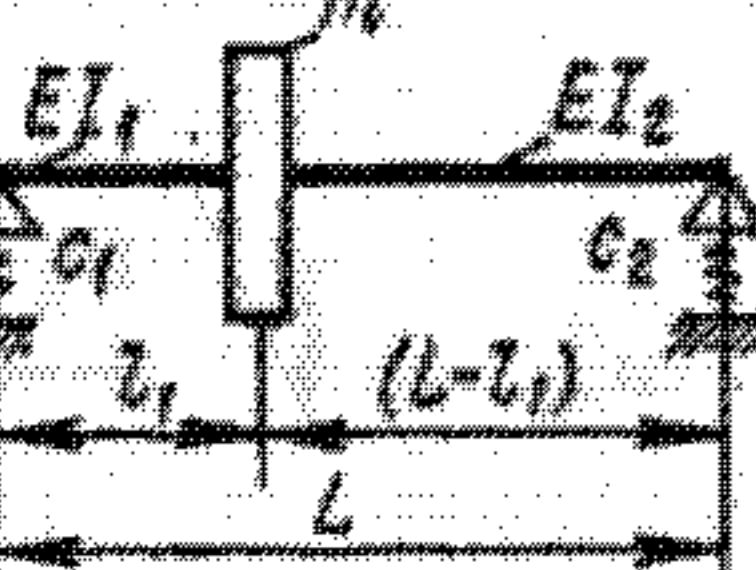
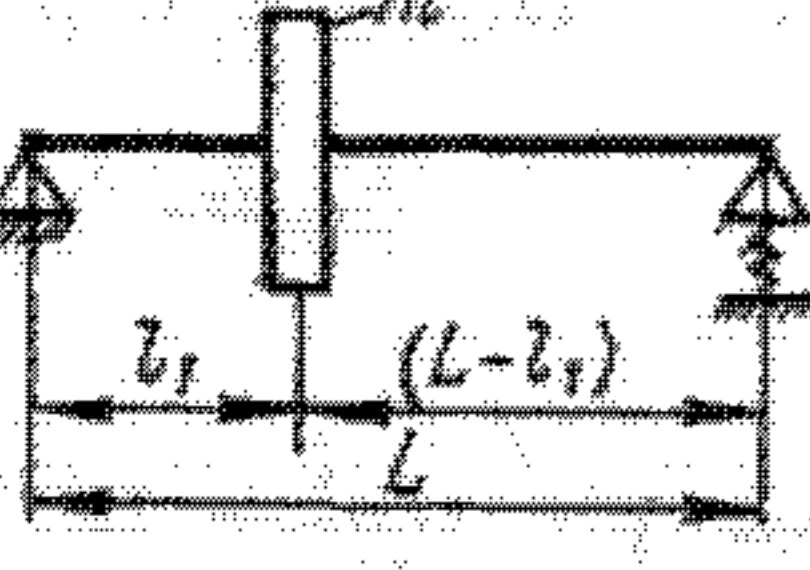
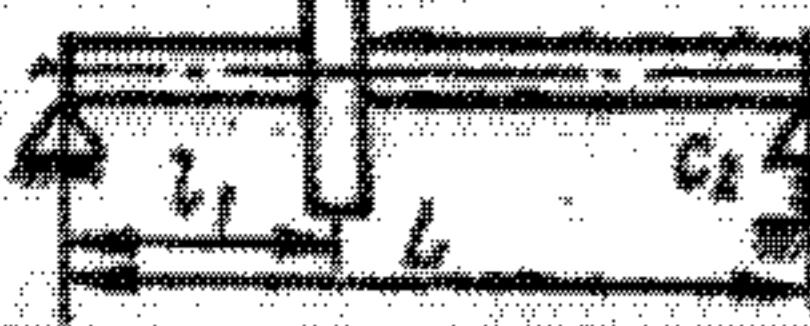
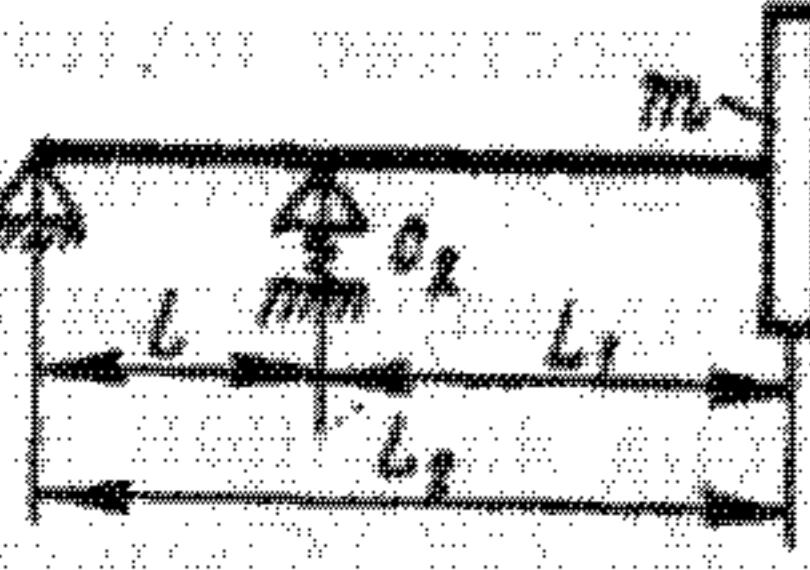
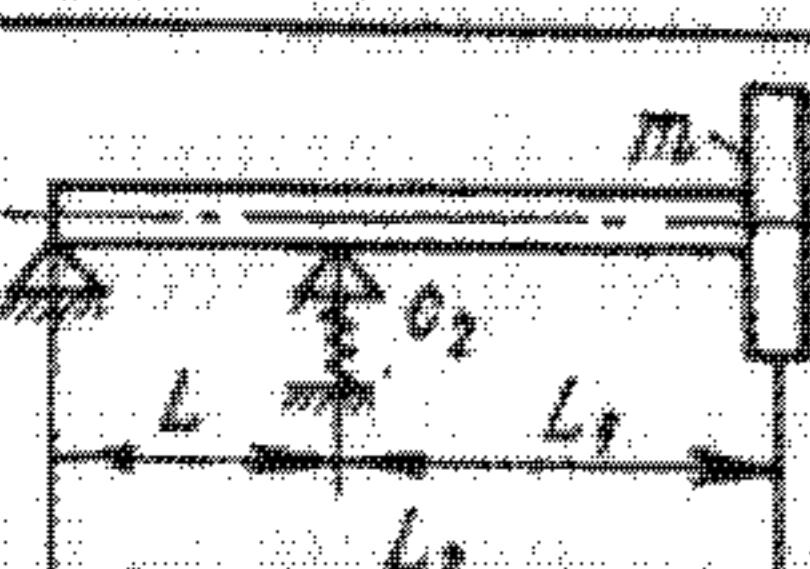
Решение выражения (24.16) для вала на одной жесткой и второй податливой опорах следующее: консольного вала (табл. 24.4, п. 6)

$$\omega_{kp}^n = \sqrt{\frac{c_i L^2}{J_x + m L_2^2 - J_z}}; \quad (24.17)$$

однопролетного вала (табл. 24.4, п. 4)

Таблица 24.4

Коэффициенты влияния для валов на податливых опорах

№ п.п.	Расчетная схема	Формулы
1		$\delta_{11}^n = \delta'_{11} + \delta_{11}; \quad \delta_{12}^n = \delta'_{12} + \delta_{12};$ $\delta_{22}^n = \delta'_{22} + \delta_{22};$ $\delta'_{11} = \left(\frac{l_1}{Lc_2} - \frac{L-l_1}{Lc_1} \right) \frac{4}{L} + \frac{L-l_1}{Lc_1};$ $\delta'_{12} = \left(\frac{1}{Lc_2} + \frac{1}{Lc_1} \right) \frac{l_1}{L} - \frac{1}{Lc_1};$ $\delta'_{22} = \frac{1}{L^2} \left(\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_1} \right);$ $\delta_{11}, \delta_{22}, \delta_{12} — \text{см. табл. 23.3}$
2		То же, что и в п. 1, но $c_1 \rightarrow \infty$; $\delta'_{11} = \frac{l_1^2}{L^2 c_2}; \quad \delta'_{22} = \frac{1}{L^2 c_2};$ $\delta'_{12} = \delta'_{21} = \frac{l_1}{L^2 c_2}$
3		То же, что и в п. 1, но $EI_1 = EI_2 \rightarrow \infty$; $\delta_{11} = \delta_{22} = \delta_{12} = 0$
4		То же, что и в п. 2, но $EI_1 = EI_2 \rightarrow \infty$; $\delta_{11} = \delta_{22} = \delta_{12} = 0$
5		$\delta_{11}^n = \delta'_{11} + \delta_{11}; \quad \delta_{12}^n = \delta'_{12} + \delta_{12};$ $\delta_{22}^n = \delta'_{22} + \delta_{22};$ $\delta'_{11} = \frac{L_1^2}{L^2 c_2}; \quad \delta'_{12} = \frac{L_2}{L^2 c_2} = \delta'_{21}; \quad \delta'_{22} = \frac{1}{L^2 c_2};$ $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{22} — \text{см. табл. 23.3}$
6		То же, что и в п. 5, но $EI_1 = EI_2 = EI \rightarrow \infty$; $\delta_{11} = \delta_{22} = \delta_{12} = 0$

$$\omega_{kp}^n = \sqrt{\frac{c_1 L^2}{J_x + m l_1^2 - J_z}}, \quad (24.18)$$

где L_2 — расстояние от шарнирной опоры до центра массы m диска. Для однопролетного вала на двух податливых опорах (24.4, п. 3) при условии $J_z = J_x$ и $M_g = 0$

$$\omega_{kp}^n = \sqrt{\frac{c_1 c_2 l^2}{m [c_2 (L-l_1)^2 + c_1 l_1^2]}}. \quad (24.19)$$

В случае, если $l_1 = L/2; c_1 = c_2 = c$, уравнение (24.19) принимает вид:

$$\omega_{kp}^n = \sqrt{2c/m}. \quad (24.20)$$

Влияние собственной массы вала. При изгибе

стержней постоянного по длине поперечного сечения имеют место следующие дифференциальные соотношения:

$$\gamma = \frac{dy}{dz}; \quad M = \frac{d^2y}{dz^2} EI; \quad Q = \frac{d^3y}{dz^3} EI;$$

$$q = \frac{d^4y}{dz^4} EI,$$

где γ , M , Q , q — угол поворота сечения, изгибающий момент, поперечная сила, линейная распределенная нагрузка в рассматриваемом сечении с координатой z соответственно. Применим последнее соотношение для рассмотрения равновесия вала (рис. 24.11), изогнутого равномерно распределенными центробежными силами $q = m_a \omega^2 y$, где m_a — масса единицы длины вала, кг/м. Тогда

$$EI \frac{d^4y}{dz^4} = m_a \omega^2 y, \quad (24.21)$$

или

$$d^4y/dz^4 - \alpha^4 y = 0,$$

где

$$\alpha^4 = m_a \omega^2 / (EI). \quad (24.22)$$

Общий интеграл дифференциального уравнения (24.21) записывается в виде

$$y = A_1 e^{\alpha z} + A_2 e^{-\alpha z} + A_3 \cos \alpha z + A_4 \sin \alpha z, \quad (24.23)$$

где произвольные постоянные A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , как обычно, находятся из граничных условий. При $z = 0$, а также при $z = L$ $y = 0$ и $d^2y/dz^2 = 0$, что при подстановке в выражение (24.23) дает следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} A_1 + A_2 + A_3 = 0; \\ A_1 + A_2 - A_3 = 0; \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} A_1 e^{\alpha L} + A_2 e^{-\alpha L} + A_3 \cos \alpha L + A_4 \sin \alpha L = 0; \\ A_1 e^{\alpha L} + A_2 e^{-\alpha L} - A_3 \cos \alpha L - A_4 \sin \alpha L = 0. \end{array} \right\}$$

откуда $A_1 = 0$; $A_2 = 0$; $A_3 = 0$; $A_4 \sin \alpha L = 0$. Прогибы y вала бесконечно возрастают при равенстве нулю определителя, составленного из коэффициентов последней системы уравнений; решение этого определителя дает $A_4 \sin \alpha L = 0$, откуда и получим значение критической угловой скорости вала. Поскольку $A_4 \neq 0$, то $\sin \alpha L = 0$, т.е. $\alpha L = \pi$; $\alpha L = 2\pi$; $\alpha L = i\pi$, чemu соответствуют при подстановке в выражение (24.22) первая и вторая критические уг-

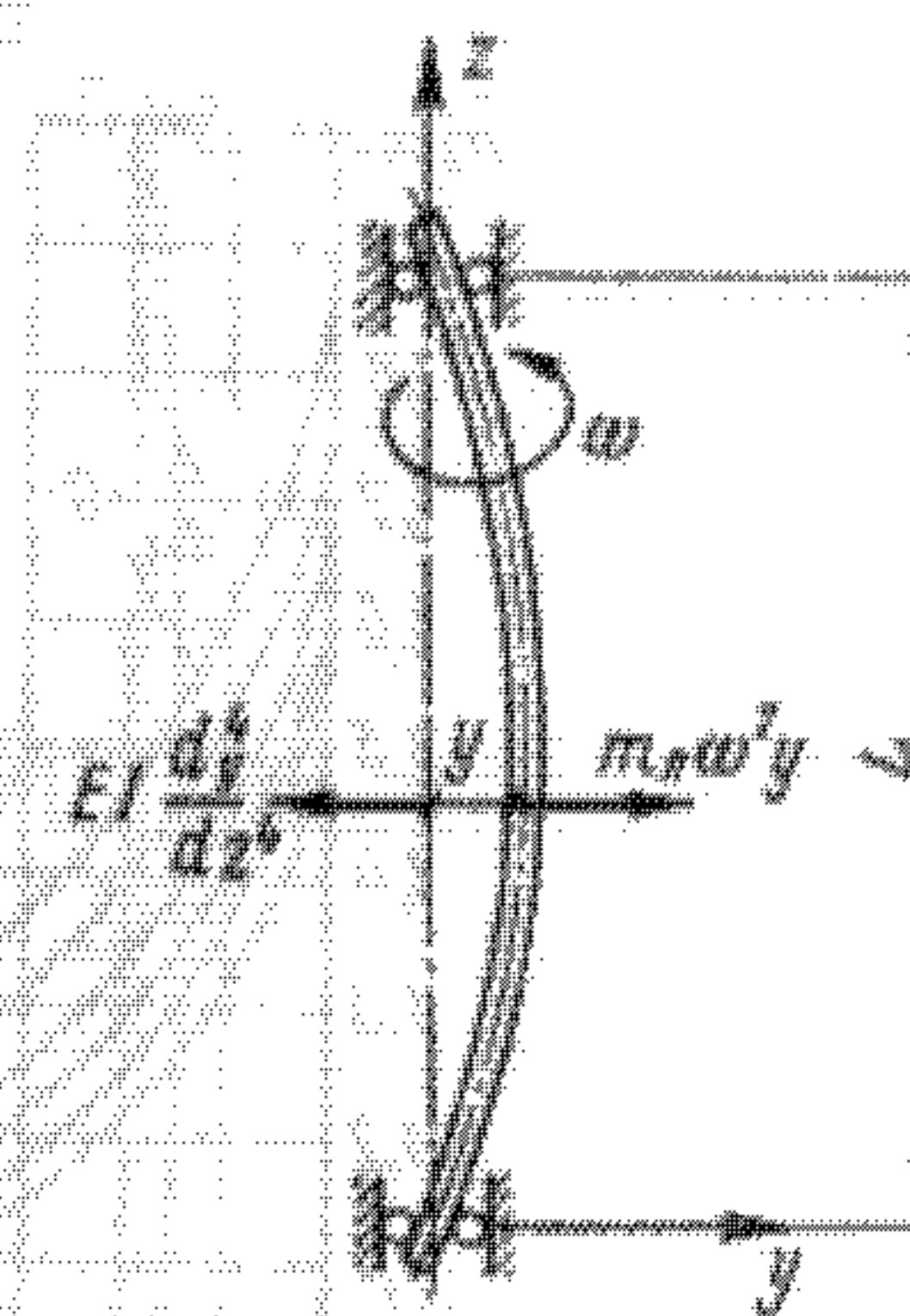


Рис. 24.11. Качество влияния собственной массы вала на его критическую скорость

ловые скорости вала с учетом его собственной массы:

$$\omega_{kp1} = (\alpha_1/L)^{1/2} \sqrt{EI/m_a} = (\pi/L)^{1/2} \sqrt{EI/m_a}, \quad (24.24)$$

$$\omega_{kp2} = (\alpha_2/L)^{1/2} \sqrt{EI/m_a} = (2\pi/L)^{1/2} \sqrt{EI/m_a}. \quad (24.25)$$

К расчетной схеме вала с распределенной массой целесообразно приводить не только гладкие валы, но и роторы со многими сосредоточенными массами дисков таких, например, аппаратов, как роторно-дисковых экстракторов, молотковых дробилок, многоярусных массообменных колонн с вращающимися контактными элементами и др. В этом случае линейная масса ротора составит

$$m_d = \rho \pi d^2/4 + n_i m_i/L, \quad (24.26)$$

где ρ — плотность материала вала; m_i — масса одного диска или контактного элемента; n_i — число дисков или контактных элементов.

В случае, если на валу закреплена лишь одна сосредоточенная масса, то корни α_1 и α_2 частотного уравнения можно определить, решив дифференциальное уравнение (24.21) по методу акад. А.Н. Крылова. На рис. 24.12, а, б для ускорения практических расчетов по формулам (24.24), (24.25) приведены результаты этого решения в виде графиков $\alpha_1 = f\{m_{a,pr}/(m_a L_1); L/L_1\}$ для консольного и $\alpha_1 = f\{m_{a,pr}/(m_a L)\}$ для однопролетного валов, где $m_{a,pr}$ — масса закрепленных на валу элементов, приведенная у однопролетного вала к его середине и у консольного вала к краю его консоли.

24.1.2. Расчет валов переменного сечения

Главными критериями работоспособности таких валов являются виброустойчивость, жесткость и прочность.

Виброустойчивость. Расчет вала на виброустойчивость по точному методу А.Н. Крылова усложняет-

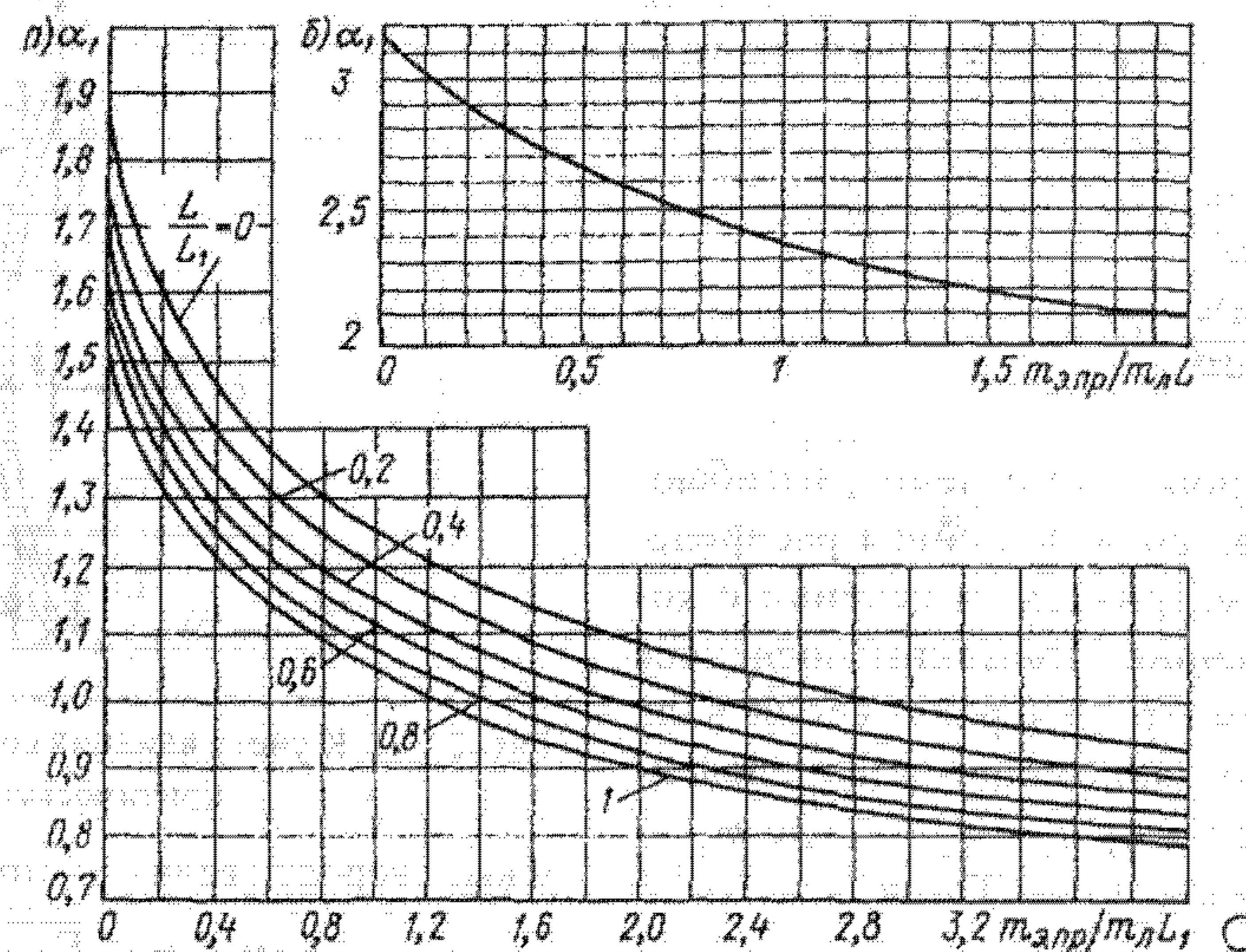


Рис. 24.12. Корни α , частотного уравнения для вала:
а — консольного; б — однопролетного

ся, если число сосредоточенных масс (дисков) оказывается больше единицы. В связи с этим в практике химического машиностроения получил распространение так называемый метод приведения, основанный на исследованиях акад. Ю.А. Шиманского.

Метод приведения, достаточно точный для инженерных расчетов, позволяет наглядно представить влияние многочисленных факторов на критическую скорость и тем самым способствует рациональному конструированию роторов. Метод базируется на использовании следующих известных формул, которые для удобства вычислений даны в безразмерном виде.

Относительный приведенный коэффициент жесткости вала:

консольного (рис. 24.13, а, б)

$$k_{\text{пр}} = \frac{k_{\text{пр}}}{E I_B / L_1^3} = \int_0^1 d_z^4 (\bar{y}_z)^2 dz; \quad (24.27)$$

однопролетного (рис. 24.13, в, г)

$$k_{\text{пр}} = \frac{k_{\text{пр}}}{E I / L^3} = \int_0^1 d_z^4 (\bar{y}_z)^2 dz, \quad (24.27 \text{ a})$$

где $k_{\text{пр}}$ — приведенный коэффициент жесткости вала, Н/м; I_B — момент инерции сечения вала на опоре B , м^4 ; \bar{z} — относительная текущая координата z , $\bar{z} = z/L_1$ — для консольного, $\bar{z} = z/L$ — для однопролетного вала; d_z — относительный диаметр вала в точке с координатой z , $d_z = d/d_B$; \bar{y}_z — относительный прогиб вала в точке с координатой z , $\bar{y}_z = y/y_B$ (здесь y_B — прогиб вала в точке приведения B , м).

Относительная приведенная масса вала:

консольного

$$\bar{m}_{\text{в. пр}} = \frac{m_{\text{в. пр}}}{\pi d_B^2 \rho L_1^2 / 4} = \int_0^1 d_z^2 \bar{y}_z^2 dz; \quad (24.28)$$

однопролетного

$$\bar{m}_{\text{в. пр}} = \frac{m_{\text{в. пр}}}{\pi d_B^2 \rho L / 4} = \int_0^1 d_z^2 \bar{y}_z^2 dz, \quad (24.28 \text{ a})$$

где $m_{\text{в. пр}}$ — приведенная масса вала, кг; d_B — диаметр вала на опоре B , м.

Относительная приведенная масса i -го конструктивного элемента, установленного на валу:

консольном

$$\bar{m}_{ii \text{ пр}} = \frac{m_{ii \text{ пр}}}{\pi d_B^2 \rho L_1^2 / 4} = \bar{m}_{ii} \int_0^1 \bar{y}_z dz, \quad (24.29)$$

где $m_{ii \text{ пр}}$ — приведенная масса элемента (диска, шайки, барабана и т.п.) массой m_{ii} , установленного на консоли вала, кг;

однопролетном

$$\bar{m}_{ii \text{ пр}} = \frac{m_{ii \text{ пр}}}{\pi d_B^2 \rho L / 4} = \bar{m}_{ii} \int_0^1 \bar{y}_z dz, \quad (24.29 \text{ a})$$

где $m_{ii \text{ пр}}$ — приведенная масса элемента, имеющего массу m_{ii} , кг.

Относительная приведенная масса вала и элемента, установленных на валу:

консольном

$$\bar{m}_{\text{пр}} = \bar{m}_{\text{в. пр}} + \sum \bar{m}_{ii \text{ пр}}; \quad (24.30)$$

однопролетном

$$\bar{m}_{\text{пр}} = \bar{m}_{\text{в. пр}} + \sum \bar{m}_{ii \text{ пр}}. \quad (24.30 \text{ a})$$

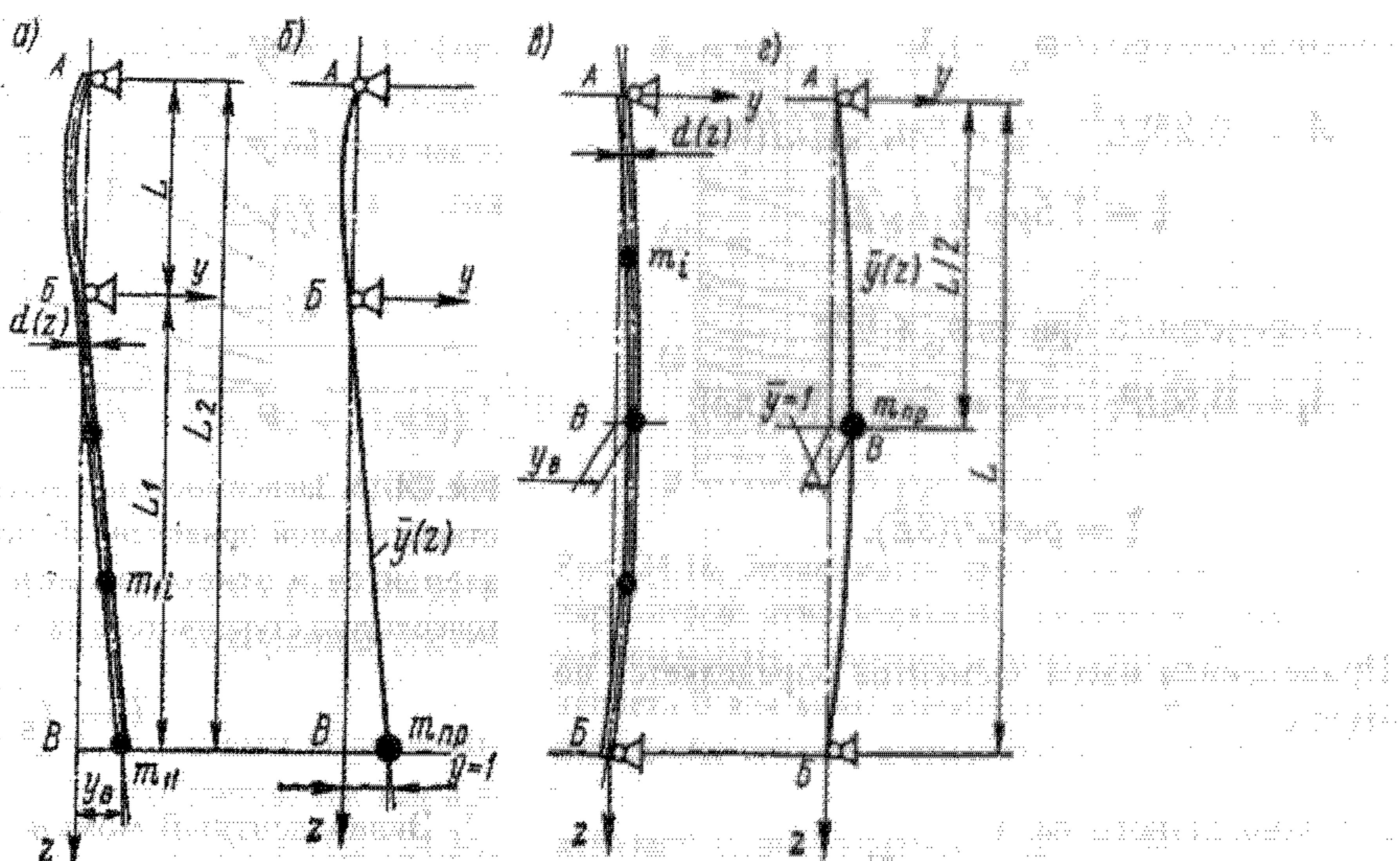


Рис. 24.13. К расчету консольного (а, б) и одноопролетного (в, г) валов по методу приведения: а, в — реальные валы со многими сосредоточенными массами m_i ; б, г — идеализированные расчетные схемы валов с одной приведенной массой $m_{\text{пр}}$, сосредоточенной в точке приведения B

Относительная критическая скорость вала

$$\bar{\omega}_{\text{кр}} = \sqrt{k_{\text{пр}}/m_{\text{пр}}}.$$
 (24.31)

Переход от безразмерного значения критической скорости к ее размерному значению $\omega_{\text{кр}}$ осуществляется для консольных и одноопролетных валов сплошного поперечного сечения по формулам, вытекающим из выражений (24.27) — (24.31):

$$\omega_{\text{кр}} = [\bar{\omega}_{\text{кр}} d_B / (4L_2^2)] \sqrt{E/\rho};$$

$$\omega_{\text{кр}} = [\bar{\omega}_{\text{кр}} d_B / (4L_2^2)] \sqrt{E/\rho}.$$
 (24.32)

Реальный вал сложной конструкции, нагруженный несколькими массами, в том числе и собственной массой (см. рис. 24.8, а, в), в рассматриваемом методе заменяется более простой идеализированной моделью вала (см. рис. 24.13, б, г) с одной сосредоточенной приведенной массой $m_{\text{пр}} = m_{\text{в.пр}} + \sum m_{i,\text{пр}}$ (консольный) или $m_{\text{пр}} = m_{\text{в.пр}} + \sum m_{i,\text{пр}}$ (одноопролетный) и приведенными параметрами, вычисляемыми по формулам (24.27) — (24.31). За точку B приведения распределенных и сосредоточенных масс принято место крепления массы m_1 на консоли (см. рис. 24.13, а) и середина пролета для одноопролетного вала (см. рис. 24.13, г), а форма оси y , изогнутого вала считается совпадающей с формой оси при статическом изгибе вала поперечной силой, приложенной в точке приведения, и определяется следующими уравнениями:

консоль BB консольного ступенчатого вала

$$\bar{y}_z = y_z/y_B = b_3 (\bar{z}^2 + z^2/2 + z^3/6);$$
 (24.33)

$$b_3 = L I_B / (3 L_1 I_{\text{экв}}); \quad b_3 = 1/(b_2 + 1/3);$$
 (24.34)

где $I_{\text{экв}}$ — эквивалентный момент инерции сечения вала в пролете AB , определяемый по формулам (24.40) и (24.41);

одноопролетный вал постоянного поперечного сечения и пролет AB консольного вала

$$\bar{y}_z = y_z/y_B = \sin(\pi z/L).$$
 (24.35)

Одноопролетные валы нецелесообразно выполнять с переменным сечением по длине (конструктивные ступени вала, имеющие диаметр, отличающийся на $\pm 10\%$ от диаметра вала d_B в точке приведения B , в расчетах допустимо не учитывать).

Консольные валы целесообразно проектировать ступенчатыми, близкими по форме балке равного сопротивления изгибу (рис. 24.14), что позволяет уменьшить массу ротора и несколько увеличить его $\omega_{\text{кр}}$.

Диаметр вала d_B в опорном сечении B рассчитывается по формуле:

$$d_B = \sqrt{A_5} + \sqrt{A_5^2 + A_6},$$
 (24.36)

где для виброустойчивого вала: консольного при $\omega/\omega_{\text{кр}} \leq 0.7$:

$$A_5 = 0.25 \xi L_1^2; \quad A_6 = 8m_{\text{в.пр}} E L_1 / (\pi \rho);$$

$$\xi = 16\rho\omega^2 L_1 L_2 / (3E);$$

консольного при $\bar{m}/\bar{m}_{\text{ср}} > 1,3$:

$$A_5 = 0,25 \xi L_1^2; \quad A_6 = 8 \bar{m}_{\text{ср}} \xi L / (\pi \rho);$$

$$\xi = 1,5 \rho \omega^2 L_1 L_2 / E;$$

однопролетного при $\bar{m}/\bar{m}_{\text{ср}} \leq 0,7$:

$$A_5 = 0,5 \xi L^2; \quad A_6 = 8 \bar{m}_{\text{ср}} \xi L / (\pi \rho);$$

$$\xi = \rho \omega^2 L^2 / (3E).$$

Приведенная масса элементов определяется по формулам:

для консольного вала

$$\bar{m}_{\text{ср}} = \sum m_{i,\text{ср}} = \sum m_{i,i} y_{i,i}^2. \quad (24.37)$$

для однопролетного вала

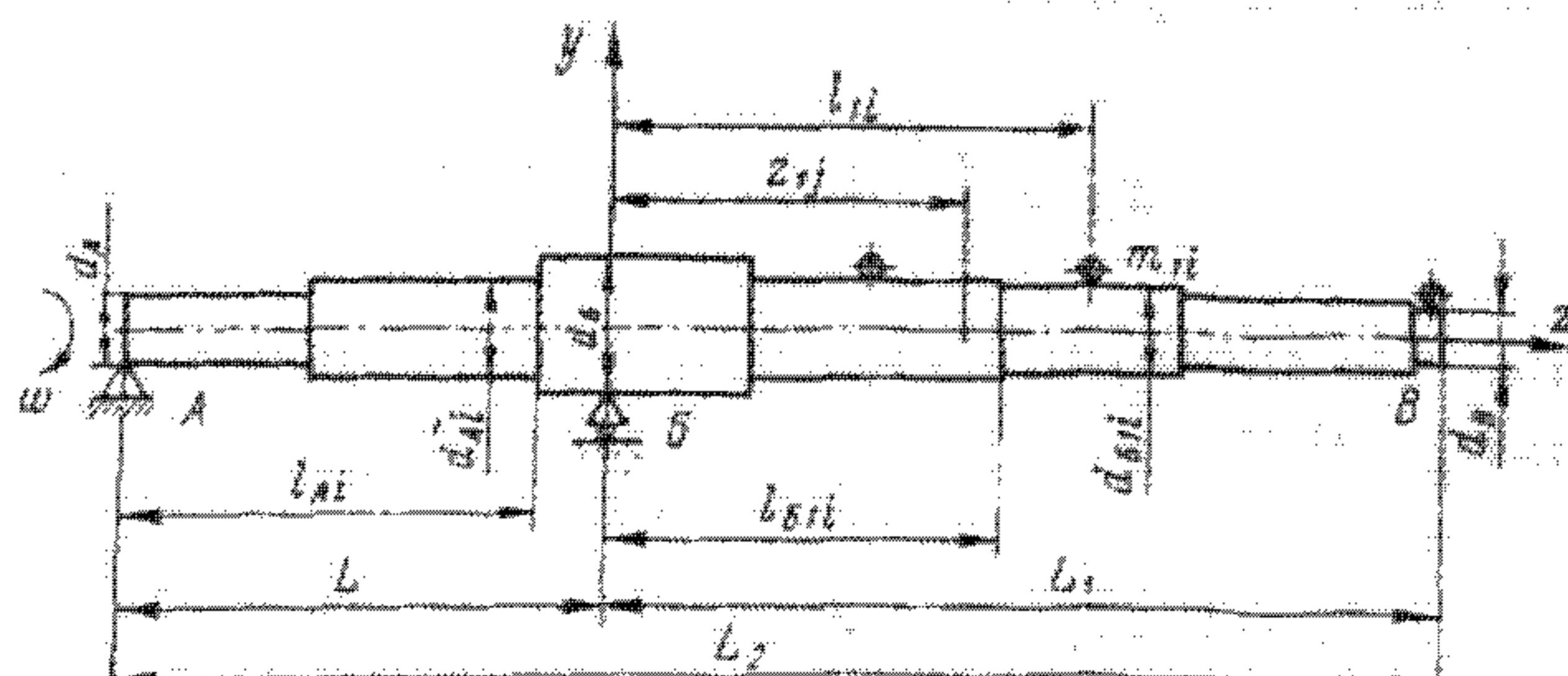
$$\bar{m}_{\text{ср}} = \sum m_{i,\text{ср}} = \sum m_{i,i} y_{i,i}^2. \quad (24.38)$$

Формула (24.36), позволяющая быстро выполнить проектный расчет виброустойчивого вала, получена на основе условий (24.27)–(24.32).

После определения диаметра d_b по формуле (24.36) необходимо вычислить диаметры d_A и d_B из условий прочности при кручении, а диаметры ступеней d_{A1} , d_{A2} , d_{A3} в пролете вала принять из конструктивных соображений $d_{A1} \geq d_A$ с учетом закрепления на валу тех или иных деталей. Диаметры ступеней на консолях необходимо принять в соответствии с формулой

$$d_{B1i}(z) = d_b \sqrt{1 - (1 - d_B^2/d_A^2) z^i}. \quad (24.38)$$

Условие (24.38) позволяет замкнуть систему уравнений (24.27)–(24.31) и получить расчетную формулу (24.32) для $\bar{\omega}_{\text{ср}}$ ступенчатого многомассового вала. При этом показатель степени i формулы (24.38) выбирается согласно рис. 24.15 в зависимости от относительной приведенной массы элементов $\bar{m}_{\text{ср}} = \bar{m}_{\text{ср}} / m L_1$ и относительной податливости пролета



значение d_b задано, необходимо определить ω_{kp} по формуле (24.32). При $d_b = d_b = \text{const}$, т.е. $b_1 = 0$ (консоль постоянного по длине поперечного сечения), что часто встречается на практике, формула для ω_{kp} упрощается:

$$\omega_{kp} = \sqrt{\frac{b_3}{\sum \bar{m}_{11,pr} + b_3^2 (b_2^2/3 + 11b_2/60 + 11/420)}} \quad (24.45)$$

Зависимость (24.45) приведена на рис. 24.16 в виде графика, способствующего ускорению расчетов вала на вибрустабильность.

Для консольных валов постоянного поперечного сечения расчет еще более упрощается, так как $d_b = d_b = d_A = d$; $I_b = I_{\text{жкв}} = I$; $b = 0$ и формулы (24.34) принимают вид:

$$b_2 = L/(3L_1); \quad b_3 = 1/[L/(3L_1) + 1/3].$$

Это позволяет уравнения (24.33) и (24.35) представить на рис. 24.17 в виде графиков, способствующих также ускорению расчета валов.

Для однопролетного вала постоянного поперечного сечения решение уравнений (24.27) и (24.28) с учетом (24.35) дает $k_{\text{пр}} = 48$ и $\bar{m}_{11,pr} = 0,5$. Вычислив по формулам (24.30), (24.37) $\bar{m}_{3,pr}$, легко получить далее по формуле (24.31) ω_{kp} и найти по формуле (24.32) размерное значение критической скорости однопролетного вала заданного поперечного сечения.

Жесткость. При расчете динамических прогибов

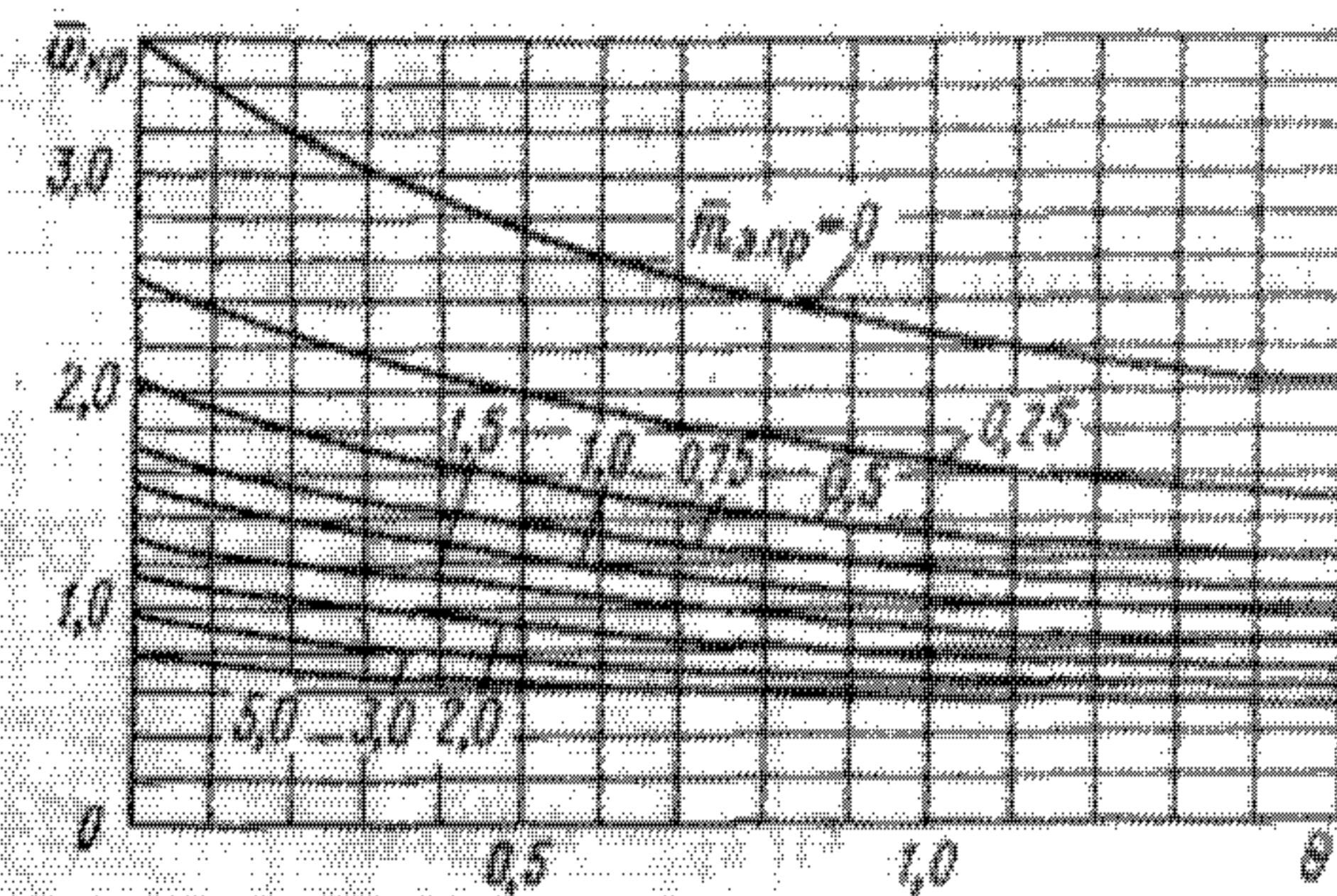


Рис. 24.16. Зависимость критической скорости ω_{kp} от параметров: относительной приведенной массы $\bar{m}_{3,pr}$ установленных элементов и относительной податливости пролета θ для вала, имеющего из консоли постоянное поперечное сечение и ступенчатое в пролете

вала необходимо учитывать радиальные перемещения Δ_i сечений из-за имеющихся зазоров Δ_A и Δ_B в подшипниках (табл. 24.5, 24.6), начальную изогнутость $e(2)$ из-за погрешностей его изготовления (табл. 24.7) и эксцентриситеты e_1 и e_{11} сосредоточенных масс m_1 и m_{11} (рис. 24.18).

На основании развития метода приведения получены соотношения:

$$y_B = e_{Bpr}/[(\omega_{kp}/\omega)^2 - 1]; \quad (24.46)$$

для пролета АБ консольного и однопролетного валов:

$$c_{\text{пр}} = \frac{\sum_i (m_{i,pr} e_{i,pr})}{m_{3,pr} + m_{a,pr}} + \Delta_B \pm e_B; \quad (24.47)$$

Таблица 24.5

Радиальные зазоры (Δ_A и Δ_B), мкм,
по основному ряду в радиальных подшипниках

Внутренний диаметр подшипников, мм	Подшипники качения			двуярусный сферический роликовый **	
	однорядный шариковый		однорядный роликовый *		
	взаимозаме- няемый	невзаимоза- меняемый			
30—40	12—26	20—55	30—45	25—40	
40—50	12—29	20—55	30—45	30—45	
50—65	13—33	25—65	35—55	30—50	
65—80	14—34	30—70	40—60	40—60	
80—100	16—40	35—80	45—65	45—70	
100—120	20—46	40—90	50—75	50—80	
120—140	23—53	45—100	60—90	60—90	
140—160	23—58	50—115	70—105	65—100	
160—180	24—65	60—125	75—115	70—110	
180—200	29—75	65—135	80—120	80—120	
200—225	33—83	75—150	90—135	90—140	
225—250	35—90	90—165	100—150	100—150	
250—280	40—100	100—180	110—165	110—170	
280—315	45—105	110—195	120—180	120—180	
315—355	50—115	125—215	135—205	140—210	
355—400	55—125	140—235	150—225	150—230	
400—450	—	160—260	165—245	170—260	
450—500	—	180—290	185—275	190—290	

* Короткие цилиндрические ролики и цилиндрическое отверстие.

** Цилиндрическое отверстие.

$$e_{i \text{ пр}} = e_i / \bar{y}_{ii}; \quad (24.48)$$

для консоли БВ консольного вала:

$$e_{\text{пр}} = \frac{\sum (m_{ii} \text{ пр} e_{i \text{ пр}})}{m_{a, \text{ пр}} + m_{b, \text{ пр}}} + \Delta_B \pm \epsilon_B; \quad (24.47a)$$

$$e_{ii, \text{ пр}} = e_i / \bar{y}_{ii}; \quad (24.48a)$$

где $e_{\text{пр}}$, $e_{i \text{ пр}}$ и $e_{ii, \text{ пр}}$ — приведенные эксцентрикитеты соответственно системы и сосредоточенных масс m_i и m_{ii} . Знак плюс в формуле (24.47) принимается для докритической, а минус — для закритической областей работы вала. Начальная изогнутость вала в точке приведения ϵ_B задается из соображений технологии изготовления вала. Параметр ϵ_B связан с изогнутостью (табл. 24.7) в любом сечении вала соотношением

$$\epsilon_z = \epsilon_B \bar{y}_z. \quad (24.49)$$

Смещение Δ_B вала в точке приведения связано с зазорами в подшипниках соотношениями:

консольный вал

$$\Delta_B = (\Delta_A + \Delta_B) L_2 / L_1 - \Delta_A; \quad (24.50)$$

однопролетный вал

$$\Delta_B = (\Delta_A + \Delta_B) / 2. \quad (24.51)$$

Формулы (24.50) и (24.51) вытекают из следующих более общих зависимостей: для пролета АБ консольного вала

$$\Delta_{AB} = (\Delta_A + \Delta_B) z_j / L - \Delta_A; \quad (24.52)$$

консольного участка БВ

$$\Delta_{B1j} = (\Delta_A + \Delta_B) (z_{1j} + L) / L - \Delta_A; \quad (24.53)$$

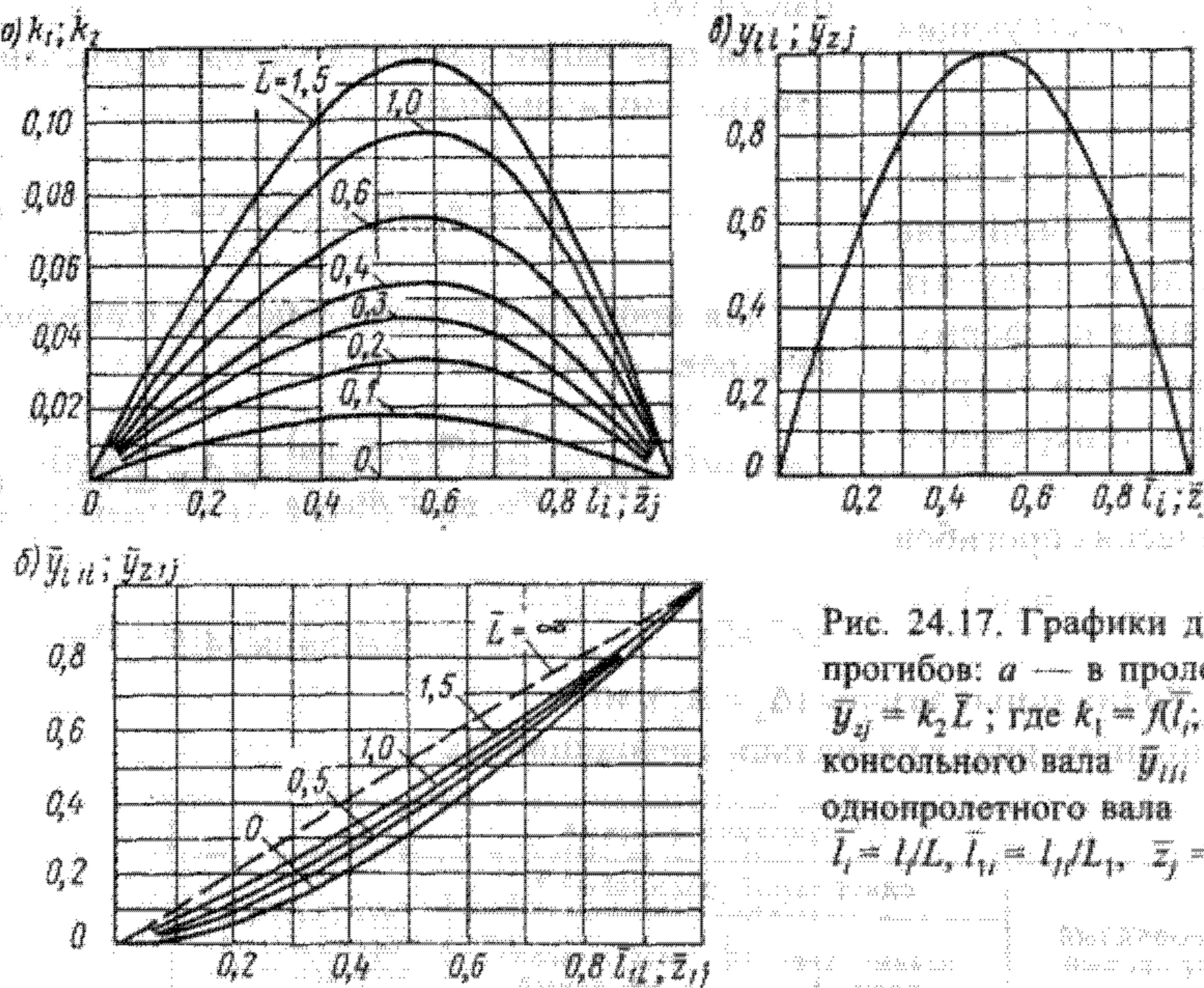


Рис. 24.17. Графики для определения безразмерных прогибов: а — в пролете консольного вала $\bar{y}_i = k_1 \bar{l}$; $\bar{y}_z = k_2 \bar{l}$; где $k_1 = f(l_i, L)$; $k_2 = f(z_j, L)$; б — на консоли консольного вала $\bar{y}_{ii} = f(l_i, L)$; $\bar{y}_{zz} = f(z_j, L)$; в — однопролетного вала $\bar{y}_i = f(l_i)$; $\bar{y}_z = f(z_j)$ ($L = L_1 L_2$, $\bar{l}_i = l_i / L$, $\bar{l}_{1j} = l_{1j} / L_1$, $\bar{z}_j = z_j / L$, $z_{1j} = z_{1j} / L_1$)

Таблица 24.6
Радиальные зазоры в подшипнике скольжения при посадке H7/e8

Номинальные диаметры вала d_A и d_B , мм	Зазоры Δ_A и Δ_B , мкм (предельные)	
	max	min
Св. 30 до 50	114	50
> 50 > 80	136	60
> 80 > 120	161	72
> 120 > 180	188	85
> 180 > 250	218	100
> 250 > 315	243	110
> 315 > 400	271	125

Таблица 24.7
Начальная изогнутость $\epsilon(z)$ вала

Отношение длины вала к его диаметру L/d	Радиальное биение вала в точке приведения ϵ_B , мкм
До 20	0,04
Св. 20 до 50	0,05
> 50	0,06

Примечание. Радиальное биение шеек под ступицы перемещивающих устройств и нерабочих поверхностей вала не должно превышать данных значений, увеличенных в 1,5 раза.

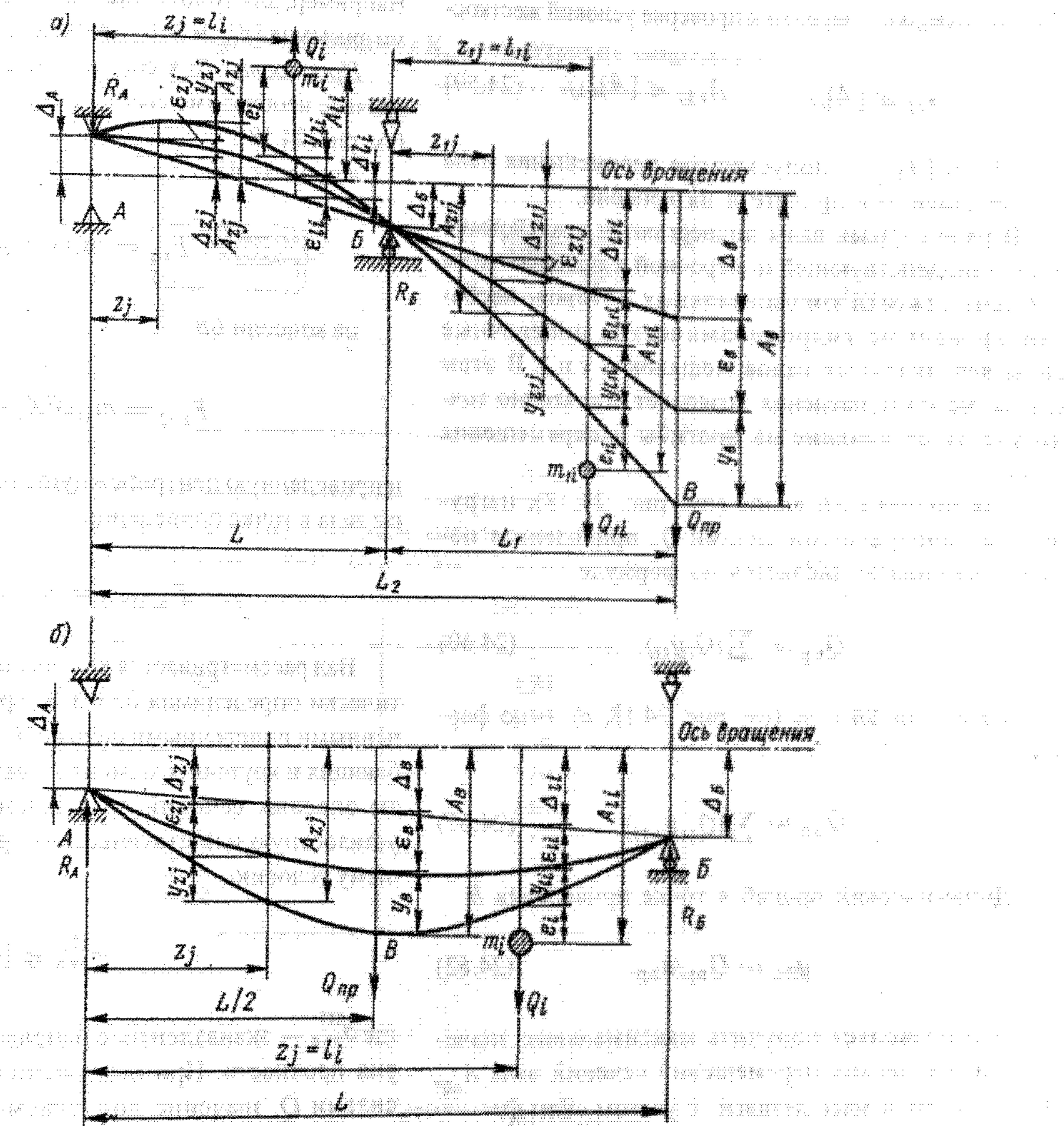


Рис. 24.18. Смещение оси вала и центров сосредоточенных на нем масс: а — консольного вала; б — однопролетного вала

однопролетного вала

$$\Delta_{zj} = (\Delta_B - \Delta_A) z_j / L + \Delta_A. \quad (24.54)$$

Если принять, что начальные смещения вала равны нулю, а единственная масса $m_i = m_n = m$ закреплена на идеализированном (без учета массы вала) валу с эксцентриситетом $e_i = e_{ii} = e$, т.е. если $m_{np} = m$; $\epsilon_{ii} = \Delta_{ii} = 0$, тогда $e_{np} = e$ и формула (24.46) упрощается до выражения (24.1)

$$y_B = e / [(\omega_{kp}/\omega)^2 - 1],$$

которое является частным случаем более общего условия (24.46), наглядно характеризующего влияние на динамический прогиб ряда важных параметров. Определив прогиб y_B и учитывая форму оси изогнутого вала по формулам (24.33), (24.35), можно найти прогибы y_i и перемещения A_i других точек вала (см. рис. 24.18):

$$y_i = y_B \bar{y}_{ti}; \quad (24.55)$$

$$A_{ii} = y_{ii} + \epsilon_{ii} + \Delta_{ii};$$

$$A_{tii} = y_{tii} + \epsilon_{tii} + \Delta_{tii}; \quad (24.56)$$

$$A_B = y_B + \epsilon_B + \Delta_B. \quad (24.57)$$

а также найти динамические смещения центров масс:

$$\left. \begin{aligned} A_{ii} &= y_B \bar{y}_{ii} + \epsilon_{ii} + \Delta_{ii} + e_{ii}, \\ A_{tii} &= -y_B \bar{y}_{tii} + \epsilon_{tii} + \Delta_{tii} + e_{tii}, \end{aligned} \right\} \quad (24.58)$$

где $\bar{y}_i, \Delta_{ii}, \epsilon_{ii}, \bar{y}_{tii}, \Delta_{tii}$ вычисляются по формулам (24.49) — (24.55) при $z = l_i$ и $z = l_{ii}$. Соотношения

(24.56) позволяют перейти к проверке условий жесткости:

$$A_{zj} \leq [A]_{zj}; \quad A_{z1j} \leq [A]_{z1j}, \quad (24.59)$$

где $[A]_{zj}$ и $[A]_{z1j}$ — допускаемые перемещения вала соответственно в пролете и на консоли.

В ряде случаев валы подвергаются воздействию постояннодействующей поперечной к оси вала силы Q (силы тяжести горизонтальных роторов, несбалансированные гидродинамические поперечные силы вертикальных валов мешалок и т.п.). В этом случае метод приведения позволяет достаточно точно учесть ее влияние на прогибы и перемещения вала.

Для пролета AB валов (см. рис. 24.18), нагруженных поперечными силами Q , приведенная поперечная сила вычисляется по формуле:

$$Q_{\text{пр}} = \sum (Q_i \bar{y}_{ii}), \quad (24.60)$$

а для консоли BV вала (см. рис. 24.18, а) — по формуле:

$$Q_{\text{пр}} = \sum (Q_{ii} \bar{y}_{ii}). \quad (24.61)$$

Динамический прогиб в точке приведения B

$$y_{BQ} = Q_{\text{пр}} / k_{\text{пр}}. \quad (24.62)$$

Это позволяет получить максимальные значения динамических перемещений сечений вала A_{zQ} , A_{z1Q} и центров масс деталей с учетом силы Q :

в пролете AB однопролетного и консольного валов:

$$\begin{aligned} A_{zjQ} &= A_{zj} + y_{BQ} \bar{y}_{zj}; \\ A_{z1Q} &= A_{z1j} + y_{BQ} \bar{y}_{z1j}; \end{aligned} \quad (24.63)$$

на консоли BV консольного вала:

$$A_{BQ} = A_B + y_{BQ}; \quad (24.64)$$

$$A_{z1jQ} = A_{z1j} + y_{BQ} \bar{y}_{z1j}; \quad A_{z11Q} = A_{z11j} + y_{BQ} \bar{y}_{z11j}.$$

Полученные соотношения (24.55)–(24.64) позволяют перейти к проверке условий жесткости ротора, если заданы допускаемые перемещения рассматриваемой конструкции ротора:

для пролета AB

$$A_{zjQ} \leq [A]_{zj}; \quad (24.65)$$

для консоли BV

$$A_{z1jQ} \leq [A]_{z1j}. \quad (24.66)$$

Например, для уплотнения валов аппаратов с мешалками значения $[A]_{zj}$ и $[A]_{z1j}$ приведены в табл. 24.8.

Прочность. Для составления условий прочности вначале необходимо вычислить сосредоточенные силы (см. рис. 24.18):

в пролете AB

$$F_{iQ} = m_i \omega^2 A_{iiQ} + Q_i; \quad (24.67)$$

на консоли BV

$$F_{11Q} = m_1 \omega^2 A_{111Q} + Q_{11}; \quad (24.68)$$

и приведенную центробежную силу собственной массы вала в точке приведения

$$F_{\text{в. пр } Q} = m_{\text{в. пр}} \omega^2 A_{BQ}. \quad (24.69)$$

Вал рассматривается как обычная двухпорная статически определимая балка, нагруженная сосредоточенными поперечными силами. Строятся эпюры изгибающих и крутящих моментов, выясняются координаты опасных сечений вала и проводится расчет на усталостную или статическую прочность по следующему условию:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} \leq [\sigma], \quad (24.70)$$

где $\sigma_{\text{экв}}$ — эквивалентное напряжение по третьей теории прочности. При нагружении вала поперечными силами Q , значение допускаемого напряжения $[\sigma]$ рассчитывается по формуле:

$$[\sigma] = \epsilon_m \sigma_{-1} / (K_\sigma n_{\min}), \quad (24.71)$$

где K_σ — эффективный коэффициент концентрации напряжений (см. табл. 24.9); n_{\min} — минимальный запас

Таблица 24.8

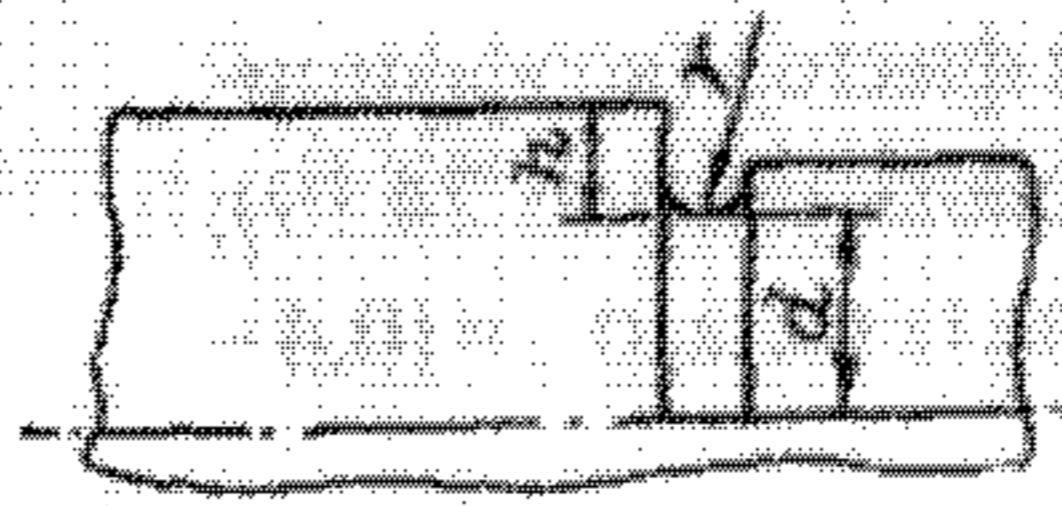
Допускаемые динамические перемещения вала ($[A]_{zj}$ и $[A]_{z1j}$, мм) в месте установки уплотнения

Частота вращения вала перемещающего устройства, об/мин	Уплотнение			
	торцовое	сальниковое	манжетное	гидравлический затвор
До 100	0,25	0,10	0,15	0,25
100–500	0,25	—	0,15	0,25
500–750	0,15	—	0,10	0,25
750–2900	0,10	—	—	—

Таблица 24.9

Эффективный коэффициент K_{σ} концентрации напряжений

Предел прочности материала σ_u , МПа																
	для валов со шпоночной канавкой, выполненной фрезой	K_{σ}	для валов с метрической резьбой	K_{σ}	для валов с выточкой при h/r	K_{σ}	для валов с выточкой при r/d	K_{σ}								
торцовой																
400	1,30			1,51			1,45									
500	1,38			1,64			1,78									
600	1,46			1,76			1,96									
700	1,54			1,89			2,20									
800	1,62			2,01			2,32									
900	1,69			2,14			2,47									
1000	1,77			2,26			2,61									
1200	1,92			2,50			2,90									
дисковой																
для валов с выточкой при h/r																
0,5																
400	1,88			1,61			2,09									
500	1,93			1,66			2,15									
600	1,98			1,71			2,21									
700	2,04			1,77			2,27									
800	2,09			1,82			2,37									
900	2,15			1,88			2,39									
1000	2,20			1,93			2,45									
1200	2,31			2,04			2,57									
1																
при r/d																
0,01																
400	1,88			1,72			1,44									
500	1,93			1,77			1,48									
600	1,98			1,82			1,52									
700	2,04			1,87			1,55									
800	2,09			1,92			1,59									
900	2,15			1,97			1,62									
1000	2,20			2,02			1,66									
1200	2,31			2,12			1,73									
0,02																



Предел прочности материала σ_b , МПа	K_σ							
	для валов с выточкой при h/r							
	1		2		3			
при r/d								
	0,03	0,05	0,01	0,02	0,03	0,01	0,02	
400	1,91	1,79	2,29	2,18	2,10	2,38	2,28	
500	1,97	1,85	2,36	2,25	2,16	2,47	2,35	
600	2,03	1,91	2,43	2,32	2,22	2,56	2,42	
700	2,08	1,97	2,50	2,38	2,28	2,64	2,49	
800	2,14	2,03	2,56	2,45	2,35	2,73	2,56	
900	2,19	2,09	2,63	2,51	2,41	2,81	2,63	
1000	2,25	2,15	2,70	2,58	2,47	2,90	2,70	
1200	2,36	2,27	2,84	2,71	2,59	3,07	2,84	

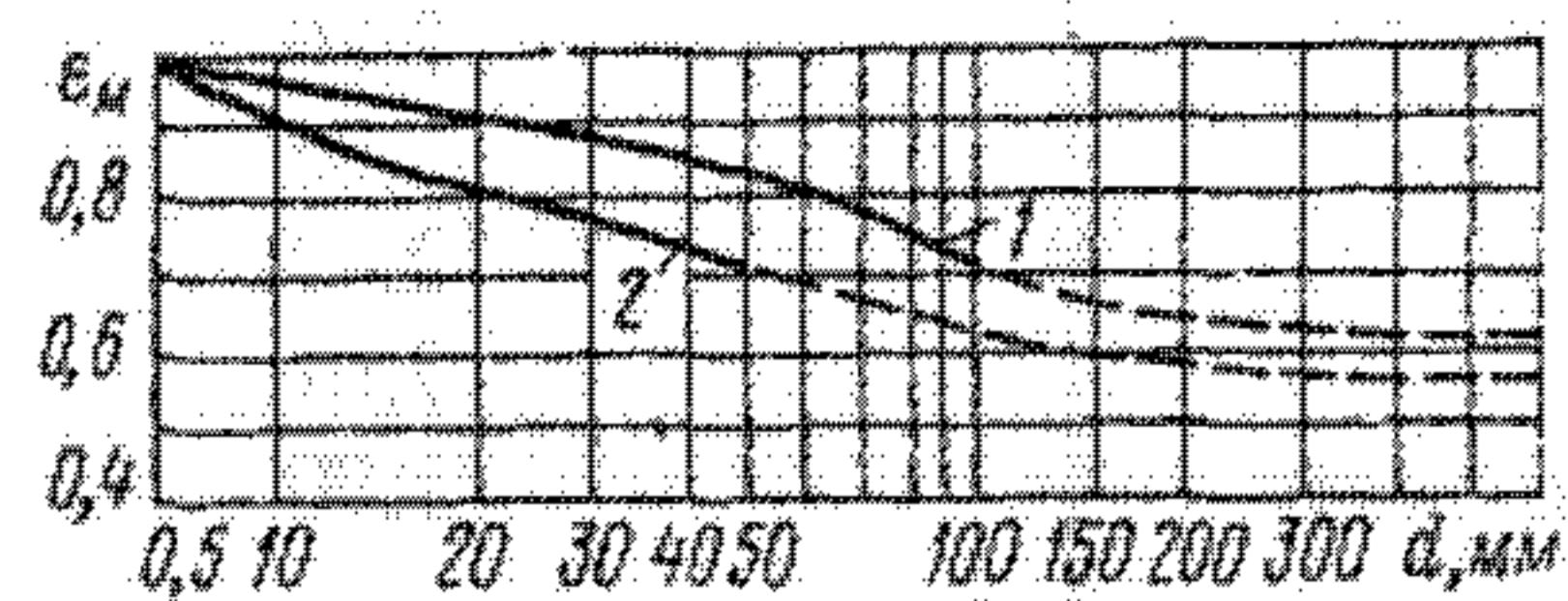


Рис. 24.19. Зависимость масштабного фактора ϵ_m от диаметра d и материала вала: 1 — углеродистая сталь; 2 — легированная сталь

прочности вала; ϵ_m — масштабный фактор (коэффициент влияния абсолютных размеров вала, см. рис. 24.19); σ_b — предел выносливости материала вала, $\sigma_b = (0,4 - 0,5)\sigma_u$.

Если же к валу не приложены постояннодействующие поперечные силы Q , то величину $[\sigma]$ можно рассчитать по формуле:

Таблица 24.10

Предел прочности материала валов при поставке

Марка стали	σ_b , МПа	Марка стали	σ_b , МПа
Ст5	520	12Х2Н4А	1100
20	400	18ХГТ	1150
20Х	650	15ХМ	450
45	560	12Х18Н10Т	500
40Х	730	30ХГТ	950
40ХН	820	25Х2ГНТ	1500
12ХН3А	950		

$$[\sigma] = \sigma_b / n_{\min}, \quad (24.7)$$

где σ_b — предел прочности материала вала (табл. 24.10).

Примеры

24.1.1. Для двух аппаратов, имеющих по одному стальному виброустойчивому жесткому валу, определить сопоставить диаметры валов, если на каждом имеется по одной сосредоточенной массе в виде мешалки. Собственную массу валов при расчете их диаметров условно не учитывать.

Исходные данные. Скорость вращения $\omega = 16,75$ рад/с, масса мешалки $m = 25$ кг, модуль продольной упругости материала вала $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, его плотность $\rho = 7800$ кг/м³. Валы отличаются только схемами крепления (рис. 24.20).

Решение. Учитывая формулу (24.2) и условие виброустойчивости (24.3), запишем для обеих схем закрепления выражение

$$\omega_{kp} = \sqrt{1/(b_{11}m)} = \omega/0,7,$$

которое с учетом формул в табл. 24.1 для консольного вала (рис. 24.20, а) принимает вид

$$\sqrt{\frac{3EI}{mL_2^2}} = \frac{\omega}{0,7},$$

а для одноопролетного вала (рис. 24.20, б)

$$\sqrt{\frac{3EI}{m_1^2(L-l_1)^2}} = \frac{\omega}{0,7}.$$

Подставив в последние равенства значение $I = \pi d^4/64$ и решив их относительно d , окончательно получим для вала:
консольного

$$d = \sqrt[4]{\frac{64mL_2L_1^2\omega^2}{3E\pi 0,7^2}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 25 \cdot 3,12 \cdot 2,62^2 \cdot 16,75^2}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3,14 \cdot 0,7^2}} = 56,8 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 56,8 \text{ мм};$$

однопролетного

$$d = \sqrt[4]{\frac{64m_1^2(L-l_1)^2\omega^2}{3E\pi L 0,7^2}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 25 \cdot 0,5^2 \cdot 2,62^2 \cdot 16,75^2}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3,14 \cdot 3,12 \cdot 0,7^2}} = 22,7 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 22,7 \text{ мм}.$$

Таким образом, при всех прочих равных условиях диаметр консольного вала в 2,5 раза больше, а следовательно, в 6,25 раза больше его масса. Кроме того, увеличение диаметра вала ведет к увеличению габаритов, стоимости и массы подшипников и уплотнений вала, опорной стойки и других примыкающих к валу узлов. Однако надежность консольных роторов некоторых машин и аппаратов (насосы, реакторы и др.) выше, чем однопролетных, в связи с благоприятными условиями смазки, отсутствием коррозионного воздействия обрабатываемой среды на подшипники и доступностью их при периодических ремонтах.

24.1.2. Определить и сопоставить диаметры виброустойчивых жесткого и гибкого консольных валов. Собственную массу валов условно не учитывать.

Исходные данные. Те же, что и в примере 24.1.1.

Решение. Поскольку диаметр жесткого консольного вала уже известен из примера 24.1.1 ($d = 56,8$ мм), рассчитаем диаметр виброустойчивого консольного гибкого вала с учетом формулы (24.2) и условия виброустойчивости (24.4).

Примем $\omega = 1,5\omega_{kp}$, тогда $\omega_{kp} = \sqrt{I/(m_1l)}$ — $\omega/1,5$. Данное выражение с учетом формул в табл. 24.1 принимает вид:

$$\sqrt{\frac{3EI}{mL_2L_1^2}} = \frac{\omega}{1,5},$$

откуда при $I = \pi d^4/64$ получим диаметр гибкого вала

$$d = \sqrt[4]{\frac{64mL_2L_1^2\omega^2}{3E\pi 1,5^2}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 25 \cdot 3,12 \cdot 2,62^2 \cdot 16,75^2}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3,14 \cdot 1,5^2}} = 38,8 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 38,8 \text{ мм}.$$

Таким образом, диаметр гибкого вала оказался в 1,45 раза меньше, а его собственная масса в 2,14 раза меньше, чем жесткого вала. Одновременно с уменьшением диаметра вала уменьшаются габариты, масса и стоимость всех примыкающих к валу деталей агрегата. Однако гибкий вал имеет два существенных недостатка:

1) необходимость установки более мощного привода, чем у жесткого вала, для быстрого перехода ротора через резонанс при включении машины;

2) необходимость применения специальных тормозных устройств для быстрой остановки ротора при выключении машины.

24.1.3. Рассчитать угловую критическую скорость жестких валов (см. рис. 24.20) и проверить условия виброустойчивости с учетом собственной массы вала.

Исходные данные. Те же, что и в примере 24.1.1.

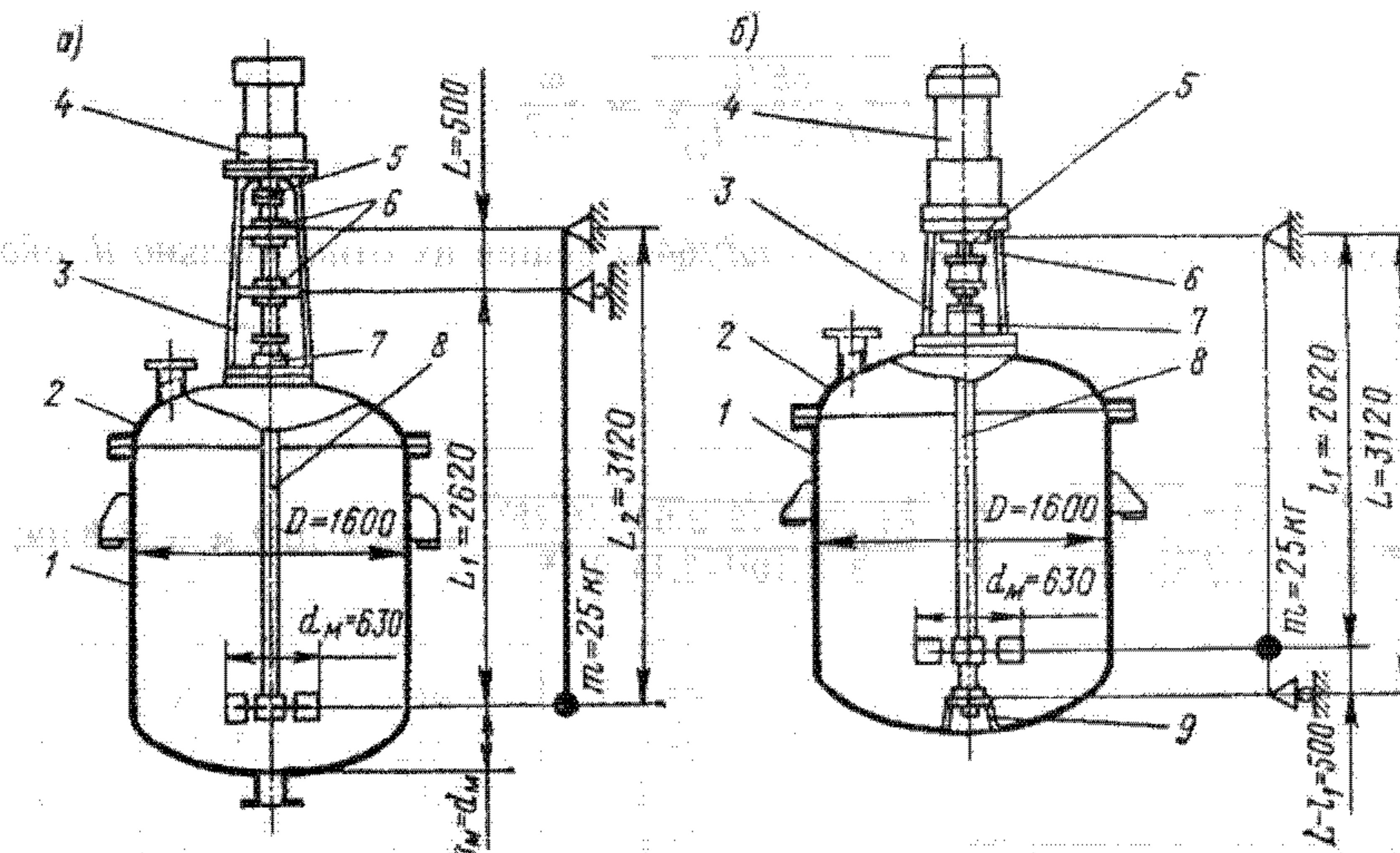


Рис. 24.20. Аппарат с мешалкой и расчетная схема его вала: а — консольного; б — однопролетного;

1 — корпус; 2 — крышка; 3 — стойка; 4 — мотор-редуктор; 5 — муфта; 6 — подшипник; 7 — уплотнение; 8 — вал; 9 — концевая опора

Решение 1. Согласно формуле (24.24), определяем критическую скорость вала ω_{kp} без диска (мешалки): консольного (см. рис. 24.20, а): $d = 56,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}; m_1 = \pi d^2 \rho / 4 = 3,14 \cdot 0,0568^2 \times 7800 / 4 = 19,8 \text{ кг/м}; I = \pi d^4 / 64 = 3,14 \cdot 0,0568^4 / 64 = 5,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4; \bar{L} = L/L_1 = 0,5/2,62 = 0,2; \alpha_1 = f(L) = f(0,2) = 1,75$ (см. рис. 24.12, а);

$$\omega_{kp1} = \frac{\alpha_1^2}{L_1^2} \sqrt{E/I/m_1} = \frac{1,75^2}{2,62^2} \sqrt{2 \cdot 10^{11} \cdot 5,1 \cdot 10^{-7} / 19,8} = 32 \text{ рад/с};$$

однопролетного (см. рис. 24.20, б): $d = 22,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}; m_1 = \pi d^2 \rho / 4 = 3,14 \cdot 0,027^2 \times 7800 / 4 = 3,16 \text{ кг/м}; I = \pi d^4 / 64 = 3,14 \cdot 0,027^4 / 64 = 0,13 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4; \alpha_1 = 3,14$ (см. рис. 24.12, б);

$$\omega_{kp1} = \frac{\alpha_1^2}{L^2} \sqrt{E/I/m_1} = \frac{3,14^2}{3,12^2} \sqrt{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,13 \cdot 10^{-7} / 3,16} = 29,2 \text{ рад/с}.$$

2. Критическую скорость вала с диском без учета массы вала можно рассчитать по формуле (24.2). Но так как диаметры жестких валов в примере 24.2.1 были найдены из условия виброустойчивости (24.3), то их критическая скорость с учетом одной лишь массы диска одинакова и равна $\omega_{kp2} = \omega_{kp1}/0,7 = 16,75/0,7 = 24$ рад/с.

3. Критическую скорость вала с учетом собственной массы и массы диска согласно формуле (24.5):

консольного вала: $1/\omega_{kp}^2 = 1/\omega_{kp1}^2 + 1/\omega_{kp2}^2 = 1/32 + 1/24 = 9 \cdot 8 \cdot 10^{-4} +$

$$+ 17,5 \cdot 10^{-4} = 27,3 \cdot 10^{-4} \text{ с}^2/\text{рад}^2; \omega_{kp} = \sqrt{1/27,3 \cdot 10^{-4}} = 19,1 \text{ рад/с};$$

однопролетного вала: $1/\omega_{kp}^2 = 1/\omega_{kp1}^2 + 1/\omega_{kp2}^2 = 1/29,2 + 1/24 = 11,7 \cdot 10^{-4} +$

$$+ 17,5 \cdot 10^{-4} = 29,2 \cdot 10^{-4} \text{ с}^2/\text{рад}^2; \omega_{kp} = \sqrt{1/29,2 \cdot 10^{-4}} = 18,5 \text{ рад/с}.$$

Условия виброустойчивости не удовлетворяются, так как для консольного вала $\omega/\omega_{kp} = 16,75/19,10 \approx 0,88 > 0,7$ и однопролетного вала $\omega/\omega_{kp} = 16,75/18,50 \approx 0,91 > 0,7$.

Таким образом, собственная масса вала оказывает значительное влияние на его критическую скорость и пренебречь ею допустимо лишь в случае, когда масса вала составляет менее 30% массы диска. В нашем же случае масса консольного вала составила $m_L L_1 = 19,8 \cdot 3,12 = 61,6 \text{ кг}$, а однопролетного — $m_L L = 3,16 \cdot 3,12 = 9,8 \text{ кг}$, что в обоих случаях значительно больше, чем 30% массы диска ($m_{0,3} = 25 \cdot 0,3 = 7,5 \text{ кг}$). Следовательно, рассчитанные в примере 24.1.2 диаметры жестких валов должны быть несколько увеличены так, чтобы при этом удовлетворялось условие виброустойчивости (24.3), в котором ω_{kp} должна определяться с учетом собственной массы вала. Определение диаметров виброустойчивых валов с учетом собственной массы ведется или методом последовательных приближений по методике настоящего примера или прямым способом по методу приведения (см. пример 24.1.4).

24.1.4. Для аппаратов емкостью 5 м³ рассчитать диаметр жестких стальных валов, отличающихся между собой только схемами закрепления и местом размещения подшипников в аппарате (см. рис. 24.20).

Исходные данные. Теже, что и в примере 24.1.1.

Решение. Для определения диаметра вала воспользуемся формулами (24.36), (24.37), учитывающими одновременно массу мешалки и собственную массу вала.

Для консольного вала (рис. 24.20, а):

$$m_{\text{пр}} = m = 25 \text{ кг};$$

$$\xi = 16\rho\omega^2 L_1 L_2 / (3E) = 16 \cdot 7800 \cdot 16,75^2 \cdot 2,62 \cdot 3,12 / (3 \cdot 2 \cdot 10^{11}) = 4,84 \cdot 10^{-4};$$

$$A_5 = 0,25\xi L_1^2 = 0,25 \cdot 4,84 \cdot 10^{-4} \cdot 2,62^2 = 8,36 \cdot 10^{-4};$$

$$A_6 = 8m_{\text{пр}}\xi L_1 / (\pi\rho) = 8 \cdot 25 \cdot 4,84 \cdot 10^{-4} \cdot 2,62 / (3,14 \cdot 7800) = 0,1 \cdot 10^{-4};$$

$$d = \sqrt{A_5 + \sqrt{A_5^2 + A_6}} = \sqrt{8,36 \cdot 10^{-4} + \sqrt{(8,36 \cdot 10^{-4})^2 + 0,1 \cdot 10^{-4}}} =$$

$$= 0,063 \text{ м} \approx 65 \text{ мм.}$$

Для однопролетного вала (рис. 24.20, б):

$$I_1 = I_1/L = 2,62/3,12 = 0,84; \quad g_{l_1} = f(l_1) = f(0,84) = 0,5 \quad (\text{см. рис. 24.17});$$

$$m_{\text{пр}} = m\bar{g}^2/l_1 = 25 \cdot 0,5^2 = 6,25 \text{ кг};$$

$$\xi = \rho\omega^2 L^2 / (3E) = 7800 \cdot 16,75^2 \cdot 3,12^2 / (3 \cdot 2 \cdot 10^{11}) = 0,36 \cdot 10^{-4};$$

$$A_5 = 0,5\xi L^2 = 0,5 \cdot 0,36 \cdot 10^{-4} \cdot 3,12^2 = 1,76 \cdot 10^{-4};$$

$$A_6 = 8m_{\text{пр}}\xi L / (\pi\rho) = 8 \cdot 6,25 \cdot 0,36 \cdot 10^{-4} \cdot 3,12 / (3,14 \cdot 7800) = 0,23 \cdot 10^{-4};$$

$$d_B = \sqrt{A_5 + \sqrt{A_5^2 + A_6}} = \sqrt{1,76 \cdot 10^{-4} + \sqrt{(1,76 \cdot 10^{-4})^2 + 0,23 \cdot 10^{-4}}} =$$

$$= 0,026 \text{ м} \approx 30 \text{ мм.}$$

24.1.5. Проверить выполнение условия вибробустойчивости ротора центрифуги типа АГ (рис. 24.21) и оценить влияние гирокопического момента барабана и вылета его центра массы относительно центра ступицы днища барабана.

Исходные данные. Собственной массой вала и его переменным сечением пренебречь. Диаметр вала принять постоянным по длине и равным диаметру в его опорном сечении *B*, где $d_s = 125$ мм. Коэффициент заполнения барабана жидкостью $\psi = 1$, плотность обрабатываемой среды $\rho_c = 1500 \text{ кг/м}^3$. Разме-

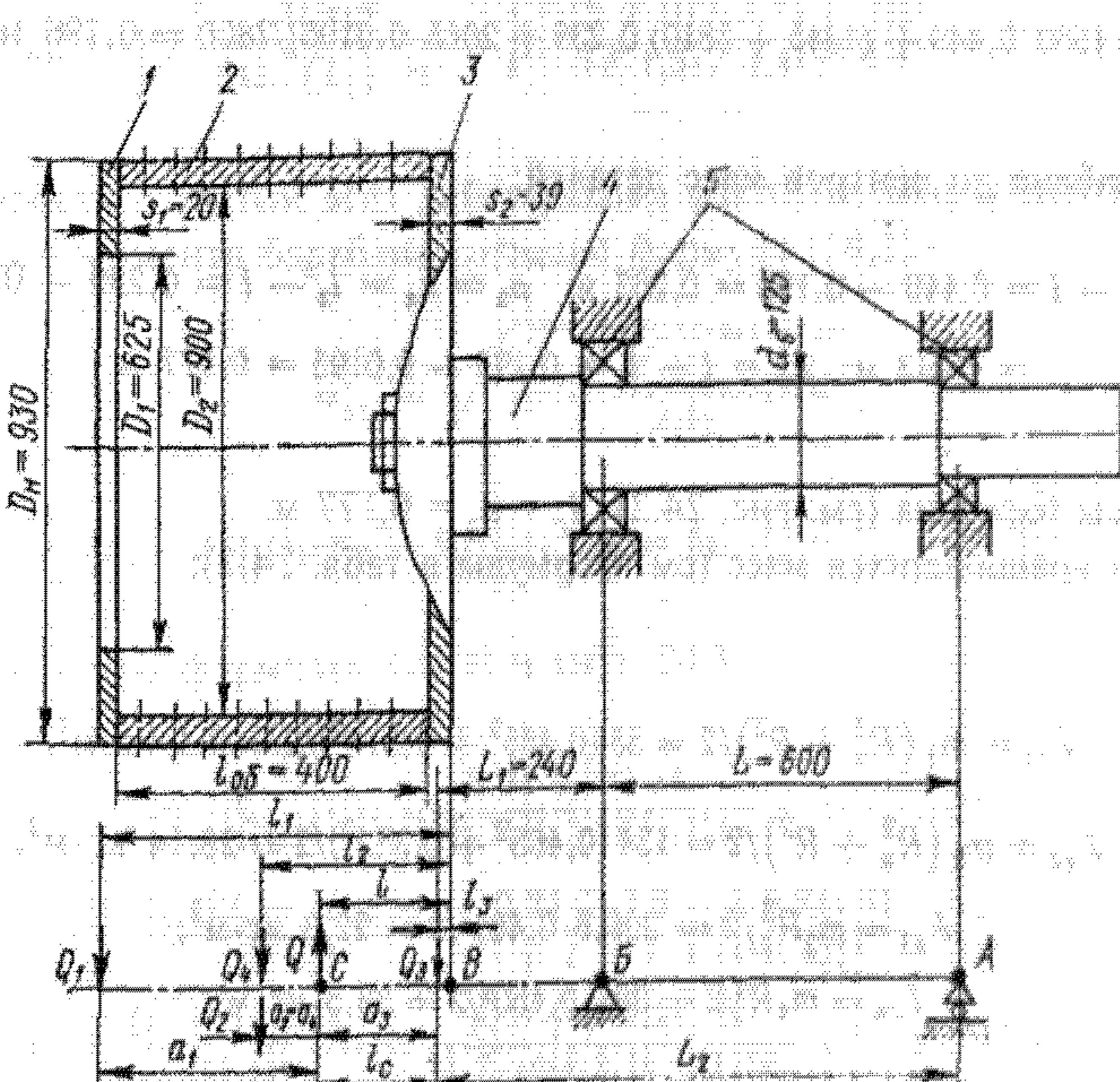


Рис. 24.21. Ротор центрифуги и расчетная схема его консольного вала:

1 — плоский диск; 2 — обечайка; 3 — днище; 4 — вал; 5 — подшипник

ры барабана и вала указаны на рис. 24.21. Материал вала и барабана — сталь ($\rho = 7800 \text{ кг}/\text{м}^3$).

Решение. 1. Масса:

- кольцевого плоского диска

$$m_1 = \pi (D_H^2 - D_1^2) s_1 \rho / 4 = 3,14 (0,93^2 - 0,625^2) 0,02 \cdot 7800 / 4 = 58 \text{ кг};$$

цилиндрической обечайки

$$m_2 = \pi (D_H^2 - D_2^2) l_{ob} \rho / 4 = 3,14 (0,93^2 - 0,9^2) 0,4 \cdot 7800 / 4 = 134,5 \text{ кг};$$

диска (днища) барабана

$$m_3 = \pi D_H^2 s_2 \rho / 4 = 3,14 \cdot 0,93^2 \cdot 0,039 \cdot 7800 = 206,5 \text{ кг};$$

жидкости

$$m_4 = \pi D_2^2 \psi l_{ob} \rho_c / 4 = 3,14 \cdot 0,9^2 \cdot 1 \cdot 0,4 \cdot 1500 / 4 = 381 \text{ кг};$$

заполненного жидкостью барабана

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 58 + 134,5 + 206,5 + 381 = 780 \text{ кг}.$$

2. Сила тяжести: кольцевого плоского диска $Q_1 = m_1 g = 580 \text{ Н}$; цилиндрической обечайки $Q_2 = m_2 g = 1345 \text{ Н}$; диска (днища) $Q_3 = m_3 g = 2065 \text{ Н}$; жидкости $Q_4 = m_4 g = 3810 \text{ Н}$ и заполненного жидкостью барабана $Q = mg = 7800 \text{ Н}$.

3. Расстояние:

от центров масс деталей (кольца, обечайки, днища) до точки B (см. рис. 24.21):

$$l_1 = 0,5s_1 + l_{ob} + s_2 = 0,5 \cdot 0,02 + 0,4 + 0,039 = 0,449 \text{ м};$$

$$l_2 = 0,5l_{ob} + s_2 = 0,5 \cdot 0,4 + 0,039 = 0,239 \text{ м};$$

$$l_3 = 0,5s_2 = 0,5 \cdot 0,039 = 0,0195 \text{ м};$$

от центра массы барабана до края днища из условия равенства нулю суммы моментов относительно точки B

$$\begin{aligned} l &= [Q_1 l_1 + (Q_2 + Q_4) l_2 + Q_3 l_3] / Q = \\ &= [580 \cdot 0,449 + (1345 + 3810) 0,239 + 2065 \cdot 0,0195] / 7800 = 0,196 \text{ м}; \end{aligned}$$

от центра массы барабана до центров масс деталей:

$$\begin{aligned} a_1 &= l_1 - l = 0,449 - 0,196 = 0,253 \text{ м}; \quad a_2 = a_4 = l_2 - l = 0,239 - 0,196 = \\ &= 0,043 \text{ м}; \quad a_3 = l - l_3 = 0,196 - 0,0195 = 0,177 \text{ м}. \end{aligned}$$

4. Вылет центра массы барабана (см. рис. 24.21) $l_c = a_3 = 0,177 \text{ м}$.

5. Моменты инерции вращающихся масс (см. формулы в табл. 24.2):
осевые:

$$J_{z1} = m_1 (R_H^2 + R^2) / 2 = 58 (0,465^2 + 0,313^2) / 2 = 9,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{z2} = m_2 (R_H^2 + R^2) / 2 = 134 (0,465^2 + 0,313^2) / 2 = 28,14 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{z3} = m_3 R_H^2 / 2 = 206,5 \cdot 0,465^2 / 2 = 22,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{z4} = m_4 R^2 / 2 = 381 \cdot 0,450^2 / 2 = 38,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

экваториальные:

$$J_{x1} = m_1 \left(\frac{3R_n^2 + 3R_1^2 + h_1^2}{12} + a_1^2 \right) = 58 \left(\frac{3 \cdot 0.465^2 + 3 \cdot 0.313^2 + 0.02^2}{12} + 0.253^2 \right) = \\ = 8.3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{x2} = m_2 \left(\frac{6R_n^2 + l_{06}^2}{12} + a_2^2 \right) = 134,5 \left(\frac{6 \cdot 0.465^2 + 0.4^2}{12} + 0.043^2 \right) = 16.7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{x3} = m_3 \left(\frac{3R_n^2 + h_3^2}{12} + a_3^2 \right) = 206,5 \left(\frac{3 \cdot 0.465^2 + 0.039^2}{12} + 0.176^2 \right) = 17.6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{x4} = m_4 \left(\frac{3R^2 + l_{08}^2}{12} + a_4^2 \right) = 381 \left(\frac{3 \cdot 0.45^2 + 0.4^2}{12} + 0.043^2 \right) = 25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Следовательно, осевой и экваториальный моменты инерции барабана соответственно составят:

$$J_z = \sum J_{zi} = 9,1 + 28,14 + 22,3 + 38,5 = 98,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_x = \sum J_{xi} = 8,3 + 16,7 + 17,6 + 25 = 67,6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

6. Критическая скорость вала при условии, что вся масса барабана сосредоточена в точке *B* его крепления к валу [см. формулу (24.2) и табл. 24.1],

$$\omega_{kp} = \sqrt{\frac{3EI}{\delta_{11}m}} = \sqrt{\frac{3EI}{L_2 L_1^2 m}} = \sqrt{\frac{3E\pi d^4}{64L_2 L_1^2 m}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3,14 \cdot 0,125^4}{64 \cdot 0,84 \cdot 0,24^2 \cdot 780}} = 436,4 \text{ рад/с.}$$

7. Критическая скорость вала при учете вылета l_c центра массы барабана от точки *B* крепления его на валу и с учетом массы барабана (расчет ведем по предыдущей формуле, в которую необходимо вместо $L_1 = 0,24 \text{ м}$ подставить расстояние от опоры *B* до сосредоточенной массы $L'_1 = L_1 + l_c = 0,24 + 0,177 = 0,417 \text{ м}$ и длину $L'_2 = L_2 + l_c = 0,84 + 0,177 = 1,017 \text{ м}$)

$$\omega'_{kp} = \sqrt{\frac{3EIa^4}{64L_2(L_1)^2 m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3,14 \cdot 0,125^4}{64 \cdot 1,017 \cdot 0,417^2 \cdot 780}} = 228 \text{ рад/с.}$$

8. Критическая скорость с учетом всех действующих факторов: массы барабана, вылета l_c центра его массы, гироскопического момента барабана согласно формуле (24.12)

$$\omega''_{kp} = \sqrt{\frac{B_C + \sqrt{B_C^2 + 4A_C}}{2A_C}},$$

где:

$$A_C = m(J_z - J_x)(\delta_{1C}\delta_{22} - \delta_{2C}\delta_{12}); \quad B_C = \delta_{22}(J_z - J_x) - m(\delta_{1C} + \delta_{2C}/c).$$

Коэффициенты влияния по формулам (24.9) и табл. 24.3:

$$\delta_{11} = \frac{L_2 L_1^2 64}{3EIa^4} = \frac{0,84 \cdot 0,24^2 \cdot 64}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3,14 \cdot 0,125^4} = 0,67 \cdot 10^{-8} \text{ м/Н;}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{L_1(2L + 3L_1)64}{6EIa^4} = \frac{0,24(2 \cdot 0,6 + 3 \cdot 0,24)64}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3,14 \cdot 0,125^4} = 3,2 \cdot 10^{-8} \text{ 1/Н;}$$

$$\delta_{22} = \frac{(L + 3L_1)64}{3EIa^4} = \frac{(0,6 + 3 \cdot 0,24)64}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3,14 \cdot 0,125^4} = 0,18 \cdot 10^{-8} \text{ 1/Н} \cdot \text{м;}$$

$$\delta_{1C} = \delta_{11} + \delta_{12}l_c = 0,67 \cdot 10^{-8} + 3,2 \cdot 10^{-8} \cdot 0,177 = 1,23 \cdot 10^{-8} \text{ м/Н;}$$

$$\delta_{2C} = \delta_{21} + \delta_{22}l_c = 3,2 \cdot 10^{-8} + 0,18 \cdot 10^{-8} \cdot 0,177 = 6,4 \cdot 10^{-9} \text{ 1/Н.}$$

Тогда

$$A_C = 780 (98,04 - 67,6) (1,23 \cdot 10^{-8} \cdot 0,18 \cdot 10^{-6} - 6,4 \cdot 10^{-8} \cdot 3,2 \cdot 10^{-8}) = 4 \cdot 10^{-12} \text{ с}^4;$$

$$B_C = 0,18 \cdot 10^{-6} (98,04 - 67,6) - 780 (1,23 \cdot 10^{-8} + 6,4 \cdot 10^{-8} \cdot 0,177) = -12,8 \cdot 10^{-6} \text{ с}^2;$$

$$\omega_{kp}^C = \sqrt{\frac{-12,8 \cdot 10^{-6} + V(-12,8 \cdot 10^{-6})^2 + 4 \cdot 4 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-12}}} = 276 \text{ рад/с.}$$

Таким образом, критическая скорость вала: $\omega_{kp} = 436,41 \text{ рад/с}$ — без учета вылета l_c и гироскопического момента; $\omega_{kp}^* = 228 \text{ рад/с}$ — с учетом вылета l_c ; $\omega_{kp}^C = 276 \text{ рад/с}$ — с учетом вылета l_c и гироскопического момента. Следовательно, пренебрежение при расчетах вылетом и гироскопическим моментом способствовало завышению критической скорости на $100 (436,4 - 276)/276 = 58\%$, а пренебрежение гироскопическим моментом способствовало занижению критической скорости на $100 (276 - 228)/276 \approx 17,4\%$, что недопустимо в практических расчетах. Близкую к истинной (в нашем расчете не учтена масса вала, составляющая 80 кг, т.е. 10% от массы барабана) $\omega_{kp}^* = 276 \text{ рад/с}$ следует в заключение сопоставить с рабочей угловой скоростью $\omega = 157 \text{ рад/с}$ для проверки условия (24.3) виброустойчивости $\omega/\omega_{kp}^* = 157/276 = 0,57 < 0,7$. Таким образом, вал центрифуги является виброустойчивым (работает в докритической области).

24.1.6. Рассчитать ω_{kp} и проверить условие виброустойчивости вала молотковой дробилки.

Исходные данные. Вал изготовлен из стали 45, масса одного молотка $m_{mol} = 12 \text{ кг}$; количество молотков $n_1 = 120 \text{ шт.}$; дисков $n_2 = 11 \text{ шт.}$; втулок $n_3 = 10 \text{ шт.}$; осей $n_4 = 6 \text{ шт.}$; угловая скорость ротора $\omega = 76,8 \text{ рад/с}$. Размеры ротора указаны на рис. 24.22.

Решение. 1. В связи с размещением практически по всей длине пролета однотипных конструктивных элементов одинаковой массы примем в качестве расчетной схемы ротора стержень на двух шарирных опорах с равномерно распределенной массой

$$m_p = (m_{вал} + n_1 m_{мол} + n_2 m_{д} + n_3 m_{вт} + n_4 m_{ос})/L =$$

$$= [\pi d^2 L \rho / 4 + n_1 m_{мол} + n_2 \pi (D_d^2 - d^2) b \rho / 4 +$$

$$+ n_3 \pi (D_{вт}^2 - d^2) l_{вт} \rho / 4 + n_4 \pi d_{ос}^2 l_{ос} \rho / 4] / L =$$

$$= [3,14 \cdot 0,24^2 \cdot 2,17 \cdot 7800/4 + 120 \cdot 12 + 11 \cdot 3,14 (0,85^2 - 0,24^2) 0,02 \cdot 7800/4 +$$

$$+ 10 \cdot 3,14 (0,3^2 - 0,24^2) 0,138 \cdot 7800/4 + 6 \cdot 3,14 \cdot 0,06^2 \cdot 1,6 \cdot 7800/4] \cdot 1/2,17 = 1270 \text{ кг/м.}$$

где $m_{вал}$, $m_{д}$, $m_{вт}$, $m_{ос}$ — масса вала, диска, втулки, оси соответственно.

2. Угловая критическая скорость ротора с такой расчетной схемой определяется по формуле (24.24)

$$\omega_{kp} = (\alpha_1/L_2)^2 \sqrt{E/I/m_p}.$$

Корень α_1 частотного уравнения согласно рис. 24.12, б $\alpha_1 = \pi = 3,14$. Момент инерции сечения вала диаметром 240 мм

$$I = \pi d^4/64 = 3,14 \cdot 0,24^4/64 = 1,62 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4.$$

Тогда

$$\omega_{kp} = (3,14/2,17)^2 \sqrt{2 \cdot 10^{11} \cdot 1,62 \cdot 10^{-4}/1270} = 337 \text{ рад/с.}$$

$$\omega/\omega_{kp} = 76,8/337 \approx 0,23 < 0,7.$$

Следовательно, условие виброустойчивости жесткого вала молотковой дробилки выполняется с большим запасом.

24.1.7. Вычислить ω_{kp} и проверить условие виброустойчивости ротора центробежного сепаратора.

Исходные данные. Вал закреплен на одной шарирной и второй податливой опорах с коэффициентом жесткости $c_2 = 2,6 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ (рис. 24.23). Моменты инерции барабана относительно осей J_x и J_z соответственно: $J_x = 39,8 \text{ кг/м}^2$; $J_z = 21 \text{ кг/м}^2$; $m = 214 \text{ кг}$; $\omega = 523,6 \text{ рад/с}$.

Решение. В связи со значительной податливостью опоры можно пренебречь податливостью вала и считать его абсолютно жестким. Тогда критическую скорость ротора можно определить по формуле (24.17)

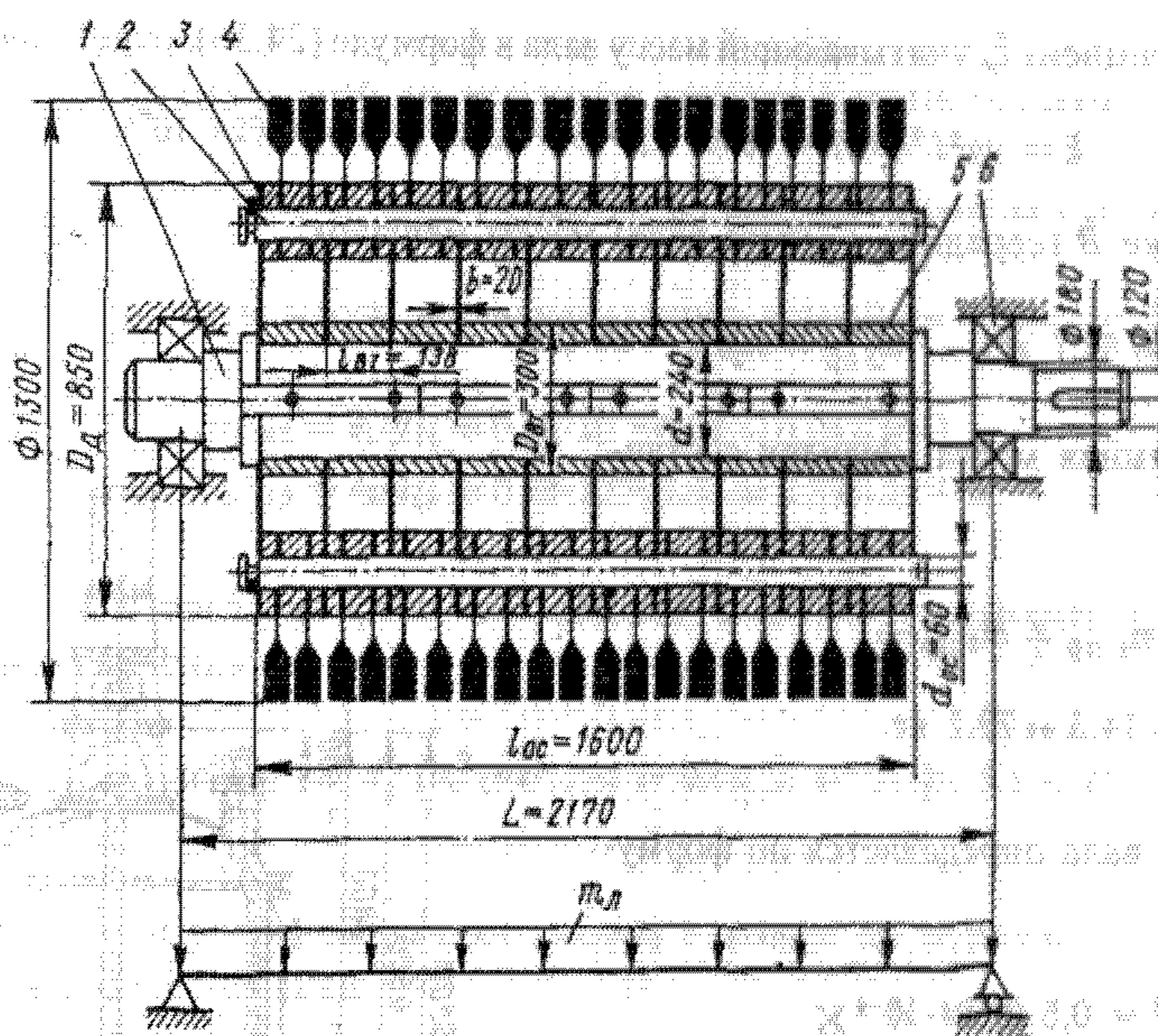


Рис. 24.22. Ротор молотковой дробилки и расчетная схема его однопролетного вала:

1 — вал; 2 — ось; 3 — диск; 4 — молоток; 5 — втулка; 6 — подшипник

$$\omega_{kp}^n = \sqrt{\frac{c_2 l^2}{J_x + m(l_2)^2 - d_z}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2,6 \cdot 10^5 \cdot 0,44^2}{21 + 214 \cdot 0,71^2 - 39,8}} = 75 \text{ рад/с.}$$

Таким образом, $\omega/\omega_{kp}^n = 523,6/75 = 7$, что обеспечивает хорошее самоцентрирование ротора в пострезонансной области.

24.1.8. Для вертикального аппарата, снабженного мешалками (рис. 24.24), выполнить расчет вала постоянного поперечного сечения на жесткость, прочность ивиброустойчивость.

Исходные данные. Вал жесткий; длина вала $L = 5500$ мм; координаты центра тяжести мешалок: $l_1 = 2800$ мм, $l_2 = 4600$ мм; координаты опасных сечений: по жесткости $z_1 = 600$ мм (торцевое уплотнение вала); по прочности: $z_2 = 2750$ мм (середина пролета вала); $z_3 = 2800$ мм (шпоночная канавка); концентраторы напряжений в опасных по прочности сечениях: z_2 — отсутствуют; z_3 — шпоночная канавка; угловая скорость вращения вала $\omega = 12,6$ рад/с ($n = 120$ об/мин); материал вала — легированная сталь 15ХМ ($\rho = 7850$ кг/м³; $E = 2 \cdot 10^{11}$ МПа); диаметр аппарата $D = 2800$ мм; мешалки — пропеллерные; массы мешалок: $m_1 = 66$ кг, $m_2 = 66$ кг; диаметры мешалок: $d_{M1} = 900$ мм, $d_{M2} = 900$ мм; мощность, потребляемая одной мешалкой, $N_1 = N_2 = N = 5000$ Вт; внутри аппарата имеются отражательные перегородки и труба для передавливания реакционной массы; рабочая температура в аппарате $t = 80^\circ\text{C}$.

Решение. I. Расчет навиброустойчивость. Относительные координаты центра тяжести перемещающихся устройств:

$$l_1 = l_1/L = 2800/5500 = 0,509; \quad l_3 = l_2/L = 4600/5500 = 0,837.$$

Безразмерные динамические прогибы вала в центре тяжести перемещающихся устройств согласно рис. 24.17:

$$\bar{y}_{23} = \bar{y}_{11} = f(l_1) = f(0,509) = 0,99; \quad \bar{y}_{41} = \bar{y}_{33} = f(l_3) = f(0,837) = 0,47.$$

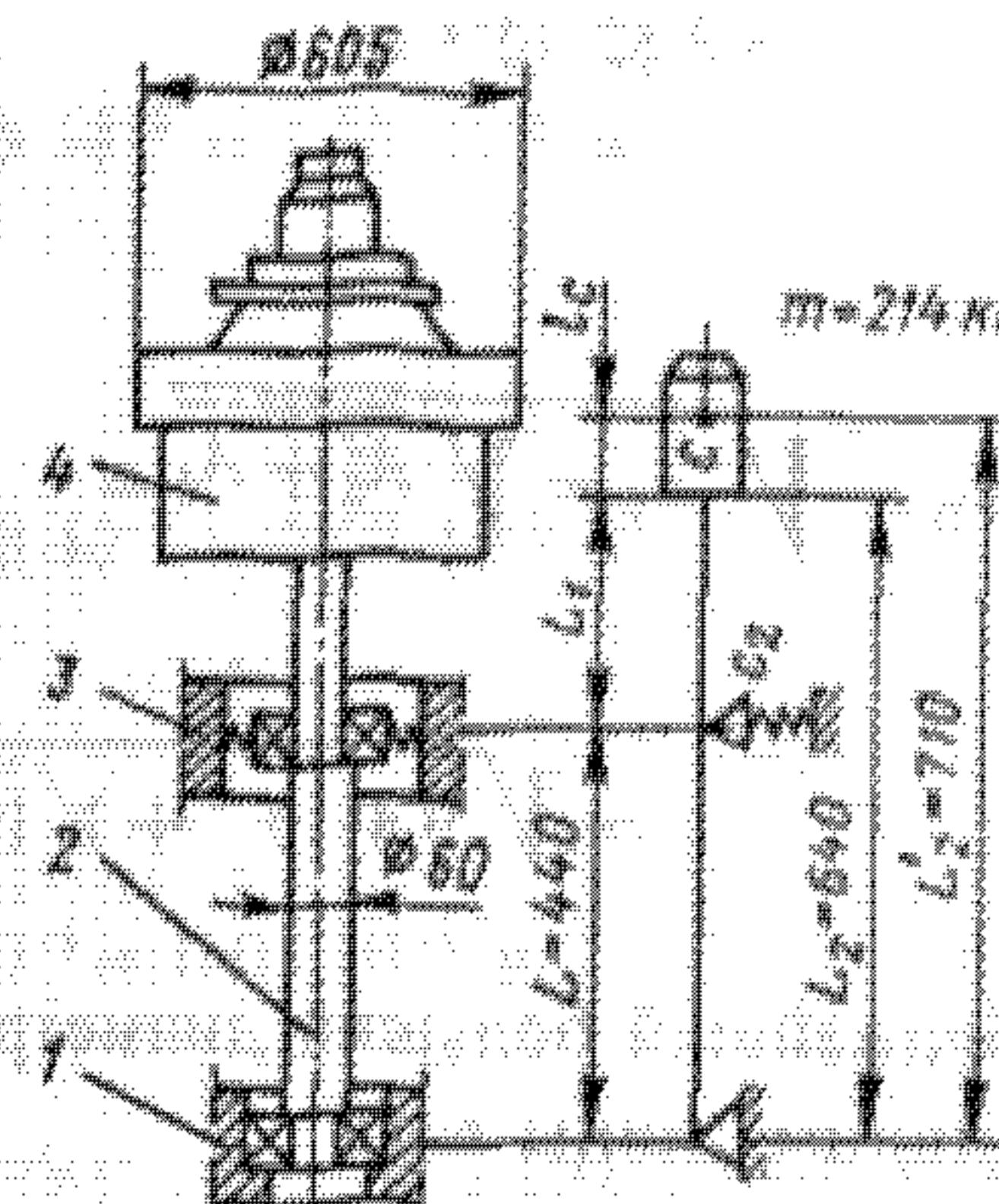


Рис. 24.23. Ротор сепаратора и расчетная схема его консольного вала с податливой опорой:

1 — подшипник; 2 — вал; 3 — упругая опора; 4 — барабан

Безразмерный коэффициент ξ , учитывающий массу вала в формуле (24.36), будет равен

$$\xi = \rho \omega^2 L^2 / (3E) = 7850 \cdot 12,6^2 \cdot 5,5^2 / (3 \cdot 2 \cdot 10^{11}) = 0,624 \cdot 10^{-4}.$$

Приведенные к точке B (середина пролета вала) массы мешалок:

$$m_{1\text{ пр}} = m_1 \bar{y}_{11}^2 = 66 \cdot 0,99^2 = 64,7 \text{ кг}; \quad m_{2\text{ пр}} = m_2 \bar{y}_{12}^2 = 66 \cdot 0,47^2 = 14,5 \text{ кг.}$$

Суммарная приведенная масса мешалок составляет

$$m_{3\text{ пр}} = m_{1\text{ пр}} + m_{2\text{ пр}} = \\ = 64,7 + 14,5 = 79,2 \text{ кг.}$$

Расчетный диаметр вала определяется по формуле (24.36), где:

$$A_5 = 0,5\xi L^2 = 0,5 \cdot 0,624 \cdot 10^{-4} \times \\ \times 5,5^2 = 9,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$A_6 = 8m_{3\text{ пр}} \xi L / (\pi \rho) = 8 \cdot 79,2 \times \\ \times 0,624 \cdot 10^{-4} \cdot 5,5 / (3,14 \cdot 7850) = \\ = 8,82 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4.$$

Тогда

$$d_5 = \sqrt{A_5} + \sqrt{A_5^2 + A_6} =$$

$$= \sqrt{9,4 \cdot 10^{-4} + \sqrt{(9,4 \cdot 10^{-4})^2 + 8,82 \cdot 10^{-6}}} = 0,0637 \text{ м} = 63,7 \text{ мм.}$$

Принимаем ближайший больший диаметр вала $d = 65 \text{ мм}$.

Масса единицы длины вала

$$m_L = \pi d^2 \rho / 4 = 3,14 \cdot 0,065^2 \cdot 7800 / 4 = 26 \text{ кг/м.}$$

Относительная масса мешалок

$$\tilde{m}_{3\text{ пр}} = m_{3\text{ пр}} / (m_L L) = 79,2 / (26 \cdot 5,5) = 0,554.$$

Корень частотного уравнения α_1 , согласно рис. 24.12

$$\alpha_1 = f [m_{3\text{ пр}} / (m_L L)] = f (0,554), \text{ откуда } \alpha_1 = 2,6.$$

Момент инерции сечения вала составляет

$$I = \pi d^4 / 64 = 3,14 \cdot 0,065^4 / 64 = 8,72 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4.$$

Первая критическая угловая скорость вала вычисляется по формуле (24.24)

$$\omega_{kp} = (\alpha_1 / L)^2 \sqrt{EI / m_L} = (2,6 / 5,5)^2 \sqrt{2 \cdot 10^{11} \cdot 8,72 \cdot 10^{-7} / 26} = 18,3 \text{ рад/с.}$$

Условие виброустойчивости $\omega / \omega_{kp} < 0,7$ выполняется: $\omega / \omega_{kp} = 12,6 / 18,3 = 0,688 < 0,7$.

2. Расчет на жесткость и прочность. Эксцентриситет массы мешалок составляет

$$e_1 = e_2 = 10^{-3} / \sqrt{\omega} = 10^{-3} / \sqrt{12,6} = 0,28 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

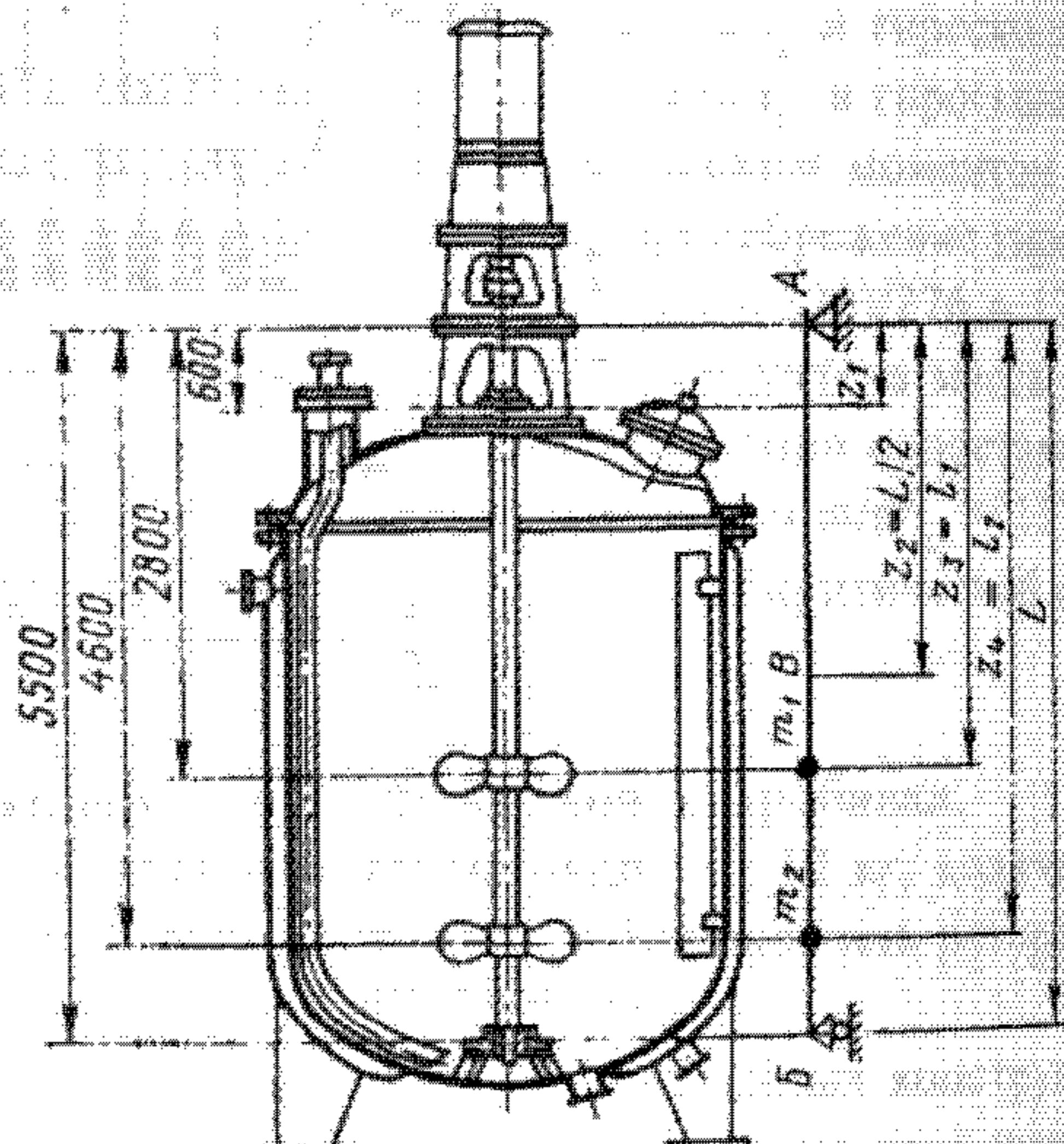


Рис. 24.24. Аппарат с мешалками и расчетная схема его однопролетного вала

Относительная координата опасного по жесткости сечения в месте установки уплотнения вала $z_1 = z/L = 600/5500 = 0,109$.

Безразмерный динамический прогиб вала в опасном по жесткости сечении согласно рис. 24.17, $\bar{y}_{11} = f(z_1) = f(0,109) = 0,34$.

Приведенные эксцентрикитеты массы перемешивающих устройств согласно формуле (24.48):

$$e_{1\text{ пр}} = e_1/\bar{y}_{11} = 0,28 \cdot 10^{-3}/0,99 = 0,283 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$e_{2\text{ пр}} = e_2/\bar{y}_{12} = 0,28 \cdot 10^{-3}/0,47 = 0,595 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Приведенная масса вала согласно формулам (24.28а) и (24.35) составляет для однопролетного вала постоянного поперечного сечения ($d_z = 1$)

$$m_{\text{в. пр}} = (\pi d^2 \rho L / 4) \int_0^{d_z} d_z^2 \sin^2(\pi z/L) dz = 0,5 m_n L = 0,5 \cdot 26 \cdot 5,5 = 71,5 \text{ кг}.$$

Смещение оси вала от оси вращения за счет зазоров в опорах по формуле (24.54) составит: в месте установки верхней мешалки

$$\Delta_{11} = \Delta_{23} = (\Delta_B - \Delta_A) z_3/L + \Delta_A,$$

где Δ_A — для радиального однорядного шарикового подшипника (см. табл. 24.5), $\Delta_A = 0,03 \cdot 10^{-3}$ м; Δ_B — для подшипника скольжения нижней опоры (см. табл. 24.6), $\Delta_B = 0,03 \cdot 10^{-3}$ м, т.е. $\Delta_A = \Delta_B$, тогда:

$$\Delta_{11} = (0,03 \cdot 10^{-3} - 0,03 \cdot 10^{-3}) 2,8/5,5 + 0,03 \cdot 10^{-3} = 0,03 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

в месте установки нижней мешалки

$$\Delta_{12} = \Delta_{24} = (\Delta_B - \Delta_A) z_4/L + \Delta_A = 0 + 0,03 \cdot 10^{-3} = 0,03 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

в месте установки уплотнения вала

$$\Delta_{21} = (\Delta_B - \Delta_A) z_1/L + \Delta_A = 0 + 0,03 \cdot 10^{-3} = 0,03 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Смещение оси вала от оси вращения за счет начальной изогнутости вала (радиальное биение вала):

в месте установки верхней мешалки согласно формуле (24.49) $\epsilon_{11} = \epsilon_{23} = \epsilon_B \bar{y}_{11}$, где ϵ_B — начальная изогнутость вала в точке приведения B , принимаемая по табл. 24.7, $\epsilon_B = f(L/d)$. При $L/d = 55/0,065 = 84,4$ $\epsilon_B = 0,09 \cdot 10^{-3}$ м; тогда $\epsilon_{11} = 0,09 \cdot 10^{-3} \times 0,99 = 0,089 \cdot 10^{-3}$ м;

в месте установки нижней мешалки

$$\epsilon_{12} = \epsilon_{24} = \epsilon_B \bar{y}_{12} = 0,09 \cdot 10^{-3} \cdot 0,47 = 0,042 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

в месте установки уплотнения вала

$$\epsilon_{21} = \epsilon_B \bar{y}_{11} = 0,09 \cdot 10^{-3} \cdot 0,34 = 0,031 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Смещение оси вала от оси вращения в точке приведения B за счет зазоров в опорах согласно формуле (24.51)

$$\Delta_B = (\Delta_A + \Delta_B)/2 = (0,03 \cdot 10^{-3} + 0,03 \cdot 10^{-3})/2 = 0,03 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Приведенный эксцентрикитет массы вала с мешалками согласно формуле (24.47)

$$\begin{aligned} e_{\text{пр}} &= (m_{1\text{ пр}} e_{1\text{ пр}} + m_{2\text{ пр}} e_{2\text{ пр}})/(m_{\text{в. пр}} + m_{\text{в. пр}}) + \Delta_B + \epsilon_B = \\ &= (64,7 \cdot 0,283 \cdot 10^{-3} + 14,5 \cdot 0,595 \cdot 10^{-3})/(79,2 + 71,5) + 0,03 \cdot 10^{-3} + \\ &\quad + 0,09 \cdot 10^{-3} = 0,298 \cdot 10^{-3} \text{ м}. \end{aligned}$$

Динамический прогиб оси вала в точке приведения B по формуле (24.46)

$$y_B = \epsilon_{\text{пр}} / [(\omega_{\text{кр}}/\omega)^2 - 1] = 0,298 \cdot 10^{-3} / [(18,3/12,6)^2 - 1] = 0,27 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Динамическое смещение центров тяжести мешалок по формуле (24.58):
верхней мешалки

$$A_{l1} = y_B \bar{y}_{l1} + \epsilon_{l1} + \Delta_{l1} + \epsilon_l = 0,27 \cdot 10^{-3} \cdot 0,99 + 0,089 \cdot 10^{-3} + 0,03 \cdot 10^{-3} + \\ + 0,28 \cdot 10^{-3} = 0,668 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

нижней мешалки

$$A_{l2} = y_B \bar{y}_{l2} + \epsilon_{l2} + \Delta_{l2} + \epsilon_l = 0,27 \cdot 10^{-3} \cdot 0,47 + 0,042 \cdot 10^{-3} + 0,03 \cdot 10^{-3} + \\ + 0,28 \cdot 10^{-3} = 0,480 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Динамическое смещение оси вала в опасном по жесткости сечении в месте установки уплотнения вала согласно (24.55), (24.56)

$$A_{z1} = y_B \bar{y}_{z1} + \epsilon_{z1} + \Delta_{z1} = 0,27 \cdot 10^{-3} \cdot 0,34 + 0,031 \cdot 10^{-3} + 0,03 \cdot 10^{-3} = 0,153 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Динамическое смещение вала в точке приведения B по формуле (24.57)

$$A_B = y_B + \epsilon_B + \Delta_B = 0,27 \cdot 10^{-3} + 0,09 \cdot 10^{-3} + 0,03 \cdot 10^{-3} = 0,36 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Условие жесткости (24.59) $A_{z1} \leq [A]_{z1}$, где $[A]_{z1}$ — допускаемое смещение вала в зоне уплотнительного устройства (см. табл. 24.8). Для сальникового уплотнения $[A]_{z1} = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м, для торцового уплотнения $[A]_{z1} = 0,25 \cdot 10^{-3}$ м. Таким образом, условие жесткости (24.59) выполняется лишь при использовании торцового уплотнения: $0,153 \cdot 10^{-3} < 0,25 \cdot 10^{-3}$.

Сосредоточенная центробежная сила, действующая на мешалки, рассчитывается по формуле (24.67):
на верхнюю

$$F_1 = m_1 \omega^2 A_{l1} = 66 \cdot 12,6^2 \cdot 0,668 \cdot 10^{-3} = 6,96 \text{ Н.}$$

на нижнюю

$$F_2 = m_2 \omega^2 A_{l2} = 66 \cdot 12,6^2 \cdot 0,480 \cdot 10^{-3} = 5,0 \text{ Н.}$$

Приведенная центробежная сила, действующая в точке приведения B , от собственной массы вала согласно формуле (24.69)

$$F_{B, \text{пр}} = m_{B, \text{пр}} \omega^2 A_B = 71,5 \cdot 12,6^2 \cdot 0,36 \cdot 10^{-3} = 4,07 \text{ Н.}$$

Реакции опор:

реакция опоры A (верхней)

$$R_A = B_1 / L + F_{B, \text{пр}} / 2,$$

где

$$B_1 = F_1 (L - l_1) + F_2 (L - l_2) = 6,96 (5,5 - 2,8) + 5,0 (5,5 - 4,6) = 23,3 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$R_A = 23,3 / 5,5 + 4,07 / 2 = 6,27 \text{ Н.}$$

реакция опоры B (нижней)

$$R_B = B_2 / L + F_{B, \text{пр}} / 2,$$

где

$$B_3 = F_1 l_1 + F_2 l_2 = 6.96 \cdot 2.8 + 5.0 \cdot 4.6 = 42.5 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$R_B = 42.5 / 5.5 + 4.07 / 2 = 9.75 \text{ Н.}$$

Изгибающий момент в опасных по прочности сечениях:

между A и B

$$M_{u,z2} = R_A z_2 = 6.27 \cdot 2.75 = 17.3 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

между B и C

$$M_{u,z3} = R_A z_3 - F_B \text{, пр} (z_3 - L/2) = 6.27 \cdot 2.8 - 4.07 (2.8 - 5.5/2) = 17.3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Крутящий момент в опасных по прочности сечениях:

в середине пролета вала

$$M_{k,z2} \approx (N_1 + N_2)/\omega = (5000 + 5000)/12.6 = 793 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

в месте установки верхней мешалки

$$M_{k,z3} = N_2/\omega = 5000/12.6 = 397 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Момент сопротивления вала в опасных по прочности сечениях z_2 , z_3 :

$$W_{z2} = W_{z3} = \pi d^3 / 32 = 3.14 \cdot 0.065^3 / 32 = 2.69 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

Эквивалентные напряжения в этих сечениях:

$$\sigma_{ekv,z2} = \frac{\sqrt{M_{u,z2}^2 + M_{k,z2}^2}}{W_{z2}} = \frac{\sqrt{17.3^2 + 793^2}}{2.69 \cdot 10^{-5}} = 2.95 \cdot 10^7 \text{ Па};$$

$$\sigma_{ekv,z3} = \frac{\sqrt{M_{u,z3}^2 + M_{k,z3}^2}}{W_{z3}} = \frac{\sqrt{17.3^2 + 397^2}}{2.69 \cdot 10^{-5}} = 1.48 \cdot 10^7 \text{ Па.}$$

Допускаемые напряжения в сечениях z_i определяются по формуле (24.71)

$$[\sigma]_{zi} = \epsilon_M \sigma_{-1} / (K_{\sigma,zi} n_{min})$$

Для вала диаметром $d = 65$ мм, изготовленного из легированной стали 15ХМ, согласно рис. 3.19 коэффициент $\epsilon_M = 0.67$, а при $t = 80^\circ\text{C}$ предел выносливости $\sigma_{-1} = 200$ МПа. Так как на валу в местах установки мешалок имеются шпоночные канавки, выполненные торцовой фрезой, то $K_{\sigma,zi} = 1.34$ согласно табл. 24.9. В неослабленном сечении $K_{\sigma,2} = 1$. Приняв ориентировочно $n_{min} = 2$, получим:

$$[\sigma]_{z2} = 0.67 \cdot 2 \cdot 10^8 / (1.34 \cdot 2) = \\ = 6.7 \cdot 10^7 \text{ Па; } [\sigma]_{z3} = 0.67 \cdot 2 \times \\ \times 10^8 / (1.34 \cdot 2) = 5.0 \cdot 10^7 \text{ Па.}$$

Условия прочности выполняются:

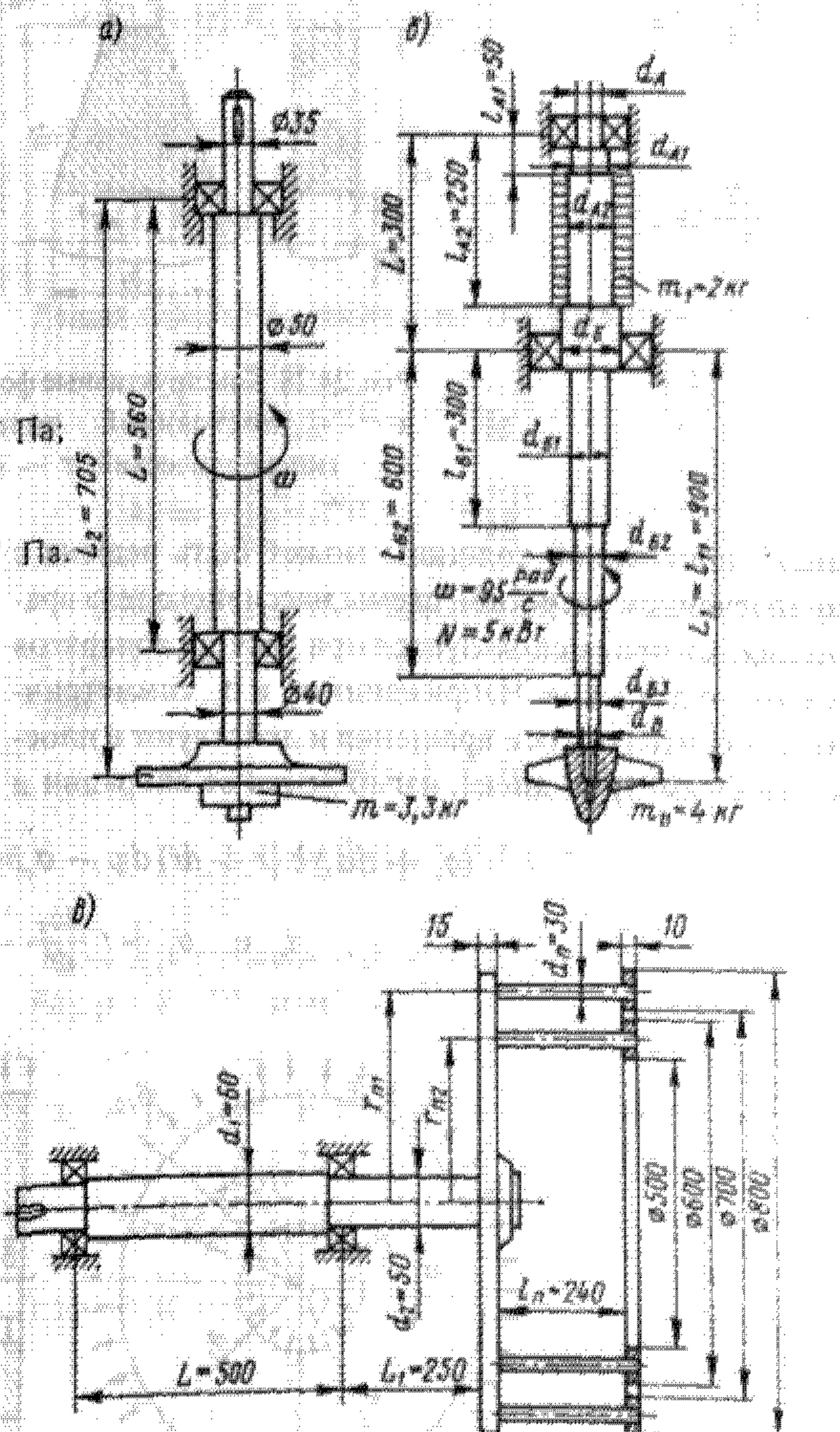


Рис. 24.25. Ротор: a — распылительной сушилки; b — реактора с герметичным электроприводом; c — дезинтегратора